हिन्दुस्तानी मापविद्या

वा

हिन्दी मेन्सुरेशन

बाबू रामनाथ चट्टोपाध्याय, एम० ए०

की बनाई हुई

THIRD EDITION

इण्डियन प्रेस, प्रयाग, में छपकर प्रकाशित

१९०६ ई०

[कीमत ॥)

हिन्दुस्तानी मापविद्या

परिभाषा

१—गणित विद्या—उस विद्या को कहते हैं जिसमें परिमाणों का अर्थात् उन वस्तुओं का जिनका माप हो सकता है वर्णन हो।

२—मापन—गणित स्कंध का वह भाग है जिसमें उन नियमों की खोज की जाती है जिनके द्वारा वस्तुओं की लंबाई, क्षेत्रफल, विस्तार और दूसरे परिमाणों को साधारण जाने हुए विशालता के माप से निकाल सकते हैं या अनुमान कर सकते हैं।

मापविद्या—व्यावहारिक रेखा गणित की एक शाखा है जिनमें रेखाओं की लंबाई या सतहों के क्षेत्रफल या गंधों के विस्तार दिये हुए रेखाओं और कोनों के द्वारा मालूम कर सकते हैं इसलिये हम उसको व्यतिरेक माप कहते हैं। जैसे यदि म्योरसेन्ट्रल कालिज के विजयानगरम बुर्ज की उंचाई दर्याफ्त करना हो तो हम उसके सिरे पर जाकर किसी रस्सी में पत्थर बांध कर उसको जब तक लटकावें तो रस्सी की लंबाई नापने से बुर्ज की उंचाई मालूम हो सकती है परंतु इसको मापन नहीं कहते यद्यपि यह माप है लेकिन अगर हम बुर्ज की परछाहीं की लंबाई मान लो कि नौ बजे सवेरे नाप लेवें और उसी समय अपनी छड़ी की परछाहीं की लंबाई भी नाप लेवें और रेखागणित का यह प्रामाण धारण करके कि बुर्ज की उंचाई हमारी छड़ी की लंबाई के साथ वही निस्बत या संबंध रखती है जो बुर्ज की परछाहीं

हमारो छड़ी की परछाहीं के साथ रखती है बुर्ज की उंचा दर्याफ़ करें ता इसका मापन कहते हैं। सेवाय इसके बहुत से दशाओं में सीधो रीति से माप असंभव होती है ता उन दशाओं में मापविद्या के ज़रिये से माप अवश्य होती है। दृष्टांत यह है कि एवरेष्ट पहाड़ की उंचाई किस तरह दर्याफ़ हो सकती है और बड़े मुल्क हिन्दुस्तान का क्षेत्रफल किस तरह मालूम हो सकता है इस प्रकार की माप दिये हुए साधारण विशालता माप करके करनी चाहिए जैसे आधार रेखा को लंबाई और कुछ कोनों का परिमाण।

पूरी किताब मापविद्या के सीखने के लिये विद्यार्थी को त्रिकोण मापविद्या इत्यादि का जानना अवश्य है लेकिन यह प्राथमिक पुस्तक छोटे वर्ग के बालकों के वास्ते बनाई गई है इसलिये रेखागणित के चार हिस्से और थोड़ा सा बीज गणित विद्यार्थी को जानना ज़रूरी है।

३—लम्बाई और क्षेत्रफल के पैमाने—(एकाईपरिमाण)

किसो अविवक्त परिमाण (जैसे रेखा या क्षेत्रफल या कोन इत्यादि) का संख्यामाप उस संबंध को कहते हैं जो वह परिमाण अपने प्रकार के परिमाण के साथ जिसको पैमाना कहते हैं रखता है जैसे लंबाई नापने में हम गज़ या हाथ या फुट या मिटर को पैमाना मानते हैं। लंबाई का अंगरेज़ी पैमाना राजसंबंधी गज़ होता है जिसकी व्याख्या इस तरह की जाती है कि यह उन रेखाओं के बीच के बिन्दुओं के दर्मियान का अंतर है जो उन सोने के डाटों पर खुदे हैं जिनमें एक पीतल का छड़ जड़ा हुआ है और यह राजा के ख़ज़ाने के कमरे में रक्खा है और राजसंबंधी परिमाणिक गज़ के नाम से प्रसिद्ध है और इसकी गर्मी का अंदाज़ा ग़ौर करने के वक़्त फ़ार्नहाइट अनुमान से ६२° ...ता है।

थोड़े दिन हुए कि हिन्दुस्तान की अंगरेज़ी अमलदारी में लंबाई क्षेत्रफल के माप का पैमाना प्रचलित नहीं था—ध्यूलियर साहब कहते हैं कि कहीं कहीं दफ़्तरों में माप का पैमाना कहावत के आधीन है और जब अवसर अभ्यास का आन पड़ता है कचहरी के नाज़िर को हुक्म होता है कि हाथ या लग्गी की लंबाई सही बतावें और वह बहुत आसानी से अपना हाथ फैला कर केहुनी से छोटी अंगुली के सिरे तक नाप करके जल्दी बता देते हैं और कदाचित वह नाटे हुए तो दो या चार अंगुलियों की चौड़ाई उसमें जोड़ देते हैं वो बिहार में प्रायः ज़मीदार और काश्तकार में इसका झगड़ा होता था कि किस मनुष्य के हाथ को पैमाना का हाथ मान लेना चाहिए इसलिए यह निपट उचित है कि कुल माप एकड़ से की जावे इसके निमित्त कुछ कारवाई आरंभ हो चली है। एकट दो सन् १८८९ ई० (एकट लंबाई की माप) के अनुसार यह हुक्म हुआ कि राजसबधी पैमाना गज़ जो अंगरेज़ी राज्य में प्रचलित है वही हिन्दुस्तान की अंगरेज़ी राज्य में लंबाई का प्रचलित पैमाना समझा जायगा, तीसरा भाग इस गज़ का फुट कहलावेगा, छत्तीसवां भाग इस गज़ का इञ्च कहलावेगा।

क्षेत्रफल का पैमाना—लंबाई के पैमाना से बनता है यहां तक कि हम इसकी साधारण व्याख्या इस तरह से करते हैं कि लंबाई के पैमाने पर अगर वर्ग बनावें तो वह क्षेत्रफल का पैमाना होता है। उदाहरण यह है कि अगर लंबाई का पैमाना फुट ग्रहण किया जावे तो वह वर्ग जिसकी एक भुजा १ फुट है क्षेत्रफल का पैमाना होगा। कोन का पैमाना इस पुस्तक में जो इस्तेमाल हुआ है वह अंगरेज़ी अक्षांश (दर्जा) है जो ९० वां भाग एक ... का है।

...विविक्त परिमाणों को चिन्ह से ज़ाहिर करना—

... गया है उससे ज़ाहिर है कि पूरे तरह से किसी

यथोचित प्रमाण को ज़ाहिर करने के लिये गुणन के दे
होते हैं इसमें एक खंड पैमाना है जो विचार किए हुए प
के प्रकार है और दूसरा खंड यह संख्या है जो यह ज़ाहिर
है कि इस प्रमान में यह पैमाना कै बार शामिल है इसलिये
एक फुट की लंबाई का पैमाना मान लेवें तो रेखा की ल
जिसमें अ मरतबा यह पैमाना शामिल है वह अ मरतबा १
अर्थात् अ फ़ीट होगी । इस रेखा को केवल चिन्ह अ से ज़
करते हैं वे गुणन खंड १ फुट लुप्त रहता है इसी तरह से
खेत का क्षेत्रफल जिसमें क्षेत्रफल के अ पैमाने शामिल हैं
अ × १ वर्ग फ़ीट अर्थात् अ वर्ग फ़ीट है वो क्षेत्रफल को
अ से ज़ाहिर करते हैं ।

५—आयत का क्षेत्रफल—कल्पना करो कि अ ब स द
आयत है जिसकी एक भुज अ ब में अ × पैमाने वो दू
भुज ब स में ब × पैमाने के अंतर गत हैं

शकल १

अ ब को अ बराबर भागों में बांटो तो
प्रत्येक भाग लंबाई के पैमाना के बराबर
होगा और ब स को ब बराबर भागों में
करने से प्रत्येक भाग लंबाई के पैमाने के
बराबर होगा। इन भाग बिन्दुओं से आयत
के भुजों के समानान्तर सरल रेखा खींचो
तो इन रेखाओं से आयत कई वर्ग क्षेत्रों में विभाग हो जाता है
जिसमें हर एक क्षेत्रफल के पैमाना के बराबर होता है (देखो
युक्ती ३) चूंकि अ पांती इन वर्ग क्षेत्रों के हैं और हर पांती
में ब वर्गक्षेत्र हैं तो आयत अ ब स द में कुल समूह इन वर्गक्षेत्रों
का याने क्षेत्रफल के पैमानों को ब बार अ अर्थात् अ × ब
।

निर्णय—शकल १ में अ ब चार बराबर हिस्सों में और ब म पांच बराबर हिस्सों में तक़सीम किए गए हैं इसलिये क्षेत्रफल बराबर है क्षेत्रफल के २० पैमानों के या केवल २० के ।

जब हम यह कहते हैं कि आयत का क्षेत्रफल उसके दो आसन्न भुजों का गुणनफल होता है तो उसका अर्थ ऊपर लिखे हुए विचार के अनुसार समझना चाहिए और ये भुजाएं प्रत्येक संख्याओं से ज़ाहिर की जाती हैं जिनसे यह मालूम होता है कि लंबाई के उतने पैमाने प्रत्येक भुज में अन्तरगत हैं और यह याद रखना चाहिए कि गुणनफल की संख्या में लंबाई का पैमाना नहीं है किन्तु पैमाना वर्ग या पैमाना क्षेत्रफल है ।

विद्यार्थी को यह कभी नहीं समझना चाहिए कि अंकगणित में किसी अविभक्त संख्या को दूसरे अविभक्त संख्या से गुणा करना संभव है—विषयापकृष्ट संख्याओं को आपस में गुणा कर सकते हैं जैसे ५ का चौगुना २० होता है या किसी अविभक्त संख्या को किसी विषयापकृष्ट संख्या से गुणा कर सकते हैं जैसे ४ फ़ीट का पांचगुना २० फ़ीट होता है लेकिन हम किसी अविभक्त संख्या या विषयापकृष्ट संख्या को किसी अविभक्त संख्या से गुणा नहीं कर सकते जैसे ५ को ४ फ़ीट गुणा या ५ फ़ीट को ४ फ़ीट गुणा हम नहीं कर सकते और भाग के निमित्त प्रगट हो कि एक अविभक्त संख्या को दूसरी अविभक्त संख्या से जो उसी प्रकार की हो भाग कर सकते हैं जैसे २० फ़ीट में ४ फ़ीट ५ बार शामिल हैं लेकिन एक विषयापकृष्ट संख्या को किसी अविभक्त संख्या से भाग नहीं कर सकते ।

जब हम यह कहते हैं कि किसी आयत का क्षेत्रफल उसके दो आसन्न भुजों का गुणनफल होता है तो हमारा मतलब यह नहीं है कि यह गुणा अंकगणित का है बल्कि हम गुणा के अभिप्राय को फैला देते हैं अर्थात् एक अविभक्त प्रकार को दूसरे

[illegible] पमाना है जो फि

के बराबर है और दूसरा खंड यह संख्या है
है कि इस प्रमाण में यह पैमाना के बार जा
एक फुट की लंबाई का पैमाना मान लें
जिसमें य मरतबा यह पैमाना शामिल है
अर्थात् य फ़ीट होगी। इस रेखा को रूप
करते हैं ये गुणन खंड १ फुट गुना रहना।
रेखा का क्षेत्रफल जिसमें क्षेत्रफल के य (
य × १ वर्ग फ़ीट अर्थात् य वर्ग फ़ीट है ये
य से ज़ाहिर करते हैं।

५—आयत का क्षेत्रफल—कल्पना
आयत है जिसकी एक भुज अ द में अ
भुज अ ब में य × पैमाने के अंतर गत हैं
अ द को अ बराबर भागों में बांटो तो
प्रत्येक भाग लंबाई के पैमाना के बराबर
होगा और अ ब को य बराबर भागों में
करने से प्रत्येक भाग लंबाई के पैमाने के
बराबर होगा। इन भाग बिन्दुओं से आयत
के भुजों के समानान्तर सरल रेखा खींचो
तो इन रेखाओं से आयत कई वर्ग क्षेत्रों में
जिसमें हर एक क्षेत्रफल के पैमाना के बरा
(देखो ३) चूंकि अ पांतो इन वर्ग क्षेत्रों
में य वर्गक्षेत्र हैं तो आयत अ ब स द में कुल
का याने क्षेत्रफल के पैमानों को य बार
[illegible]।

अविविक्त प्रमाण से गुणा करना उस दशा में कहते हैं जब
परिमाणों की माप संख्या को अंकगणित के अनुसार गुणा
से किसी और अविविक्त संख्या की माप संख्या लाभ
इस अंत के अविविक्त संख्या को निर्णय पहिले प्रमाणों की
से किया जाता है जैसे घन फुट का निर्णय वर्ग फुट और
रूप फुट के अपेक्षा से किया जाता है।

रेखारूप माप

१२ इञ्च	=	१ फुट
३ फ़ीट	=	१ गज़
५½ गज़	=	१ रोड या पो
४० पोल या २२० गज़	=	१ फ़रलांग
८ फरलांग या १७६० गज़ या ५२८० फ़ीट	=	१ मील
१ हाथ	=	१८ इञ्च या १½
१ परग	=	६ फ़ीट
१ केबुल की लंबाई	=	१२० परग
१ लीग (१½ कोस)	=	३ मील
१ गिरह (नौका संबंधी) या १ मील (भूगोल का)	=	६०८० फ़ीट
१ अंश (विषुव रेखान्तर)	=	६० गिरह या ६९ $\frac{1}{12}$ मील
१ कड़ी	=	७·९२ इञ्च
१ जरीब	=	१०० कड़ी
	=	७९२ इञ्च
	=	६६ फ़ीट
	=	२२ गज़

वर्ग या धरातल माप

१४४ वर्ग इञ्च	=	१ वर्ग फुट
९ वर्ग फ़ीट	=	१ वर्ग गज़
३०¼ वर्ग गज़	=	१ वर्ग रोड या वर्ग पोल
४० पोल	=	१ रोड
४ रोड	=	१ एकड़
६४० एकड़	=	१ वर्ग मील
और १ एकड़	=	१० वर्ग जरीब
	=	४८४० वर्ग गज़
	=	एक लाख वर्ग कड़ी

अविविक्त प्रमाण से गुणा करना उस दशा में कहते हैं जब
परिमाणों की माप संख्या को अंकगणित के अनुसार गुणा
से किसी और अविविक्त संख्या की माप संख्या लाभ हो-
इस अंत के अविविक्त संख्या को निर्णय पहिले प्रमाणों को
से किया जाता है जैसे घन फुट का निर्णय वर्ग फुट और
रूप फुट के अपेक्षा से किया जाता है।

रेखारूप माप

१२ इञ्च	=	१ फुट
३ फ़ीट	=	१ गज़
५½ गज़	=	१ रोड या पे
४० पोल या २२० गज़	=	१ फ़रलांग
८ फरलांग या १७६० गज़ या ५२८० फ़ीट	=	१ मील
१ हाथ	=	१८ इञ्च या १
१ परग	=	६ फ़ीट
१ केबुल की लंबाई	=	१२० परग
१ लीग (१½ कोस)	=	३ मील
१ गिरह (नौका संबंधी) या १ मील (भूगोल का)	=	६०८० फ़ीट
१ अंश (विषुव रेखान्तर)	=	६० गिरह या ६९$\frac{1}{11}$ मील
१ कड़ी	=	७·९२ इञ्च
१ जरीब	=	१०० कड़ी
	=	७९२ इञ्च
	=	६६ फ़ीट
	=	२२ गज़

वर्ग या धरातल माप

१४४ वर्ग इञ्च	=	१ वर्ग फुट
९ वर्ग फ़ीट	=	१ वर्ग गज़
३०¼ वर्ग गज़	=	१ वर्ग रोड या वर्ग पोल
४० पोल	=	१ रोड
५ रोड	=	१ एकड़
४० एकड़	=	१ वर्ग मील
ार १ एकड़	=	१० वर्ग जरीब
	=	४८४० वर्ग गज़
	=	एक लाख वर्ग कड़ी

पविपिक्त प्रमाण से गुणा करना उस दशा में कहते हैं अब वि परिमाणों की माप संख्या के अंकगणित के अनुसार गुणा से किसी और पविपिक्त संख्या की माप संख्या लाभ हो— इस पंत के पविपिक्त संख्या की निर्णय पहिले प्रमाणों की से किया जाता है जैसे घन फुट का निर्णय वर्ग फुट और रे रूप फुट के अपेक्षा से किया जाता है।

रेखारूप माप

१२ इञ्च	=	१ फुट
३ फ़ीट	=	१ गज़
५½ गज़	=	१ रोड या पोल
४० पोल या २२० गज़	=	१ फ़रलांग
८ फरलांग या १७६० गज़ या ५२८० फ़ीट	=	१ मील
१ हाथ	=	१८ इञ्च या १½
१ परग	=	६ फ़ीट
१ केबुल की लंबाई	=	१२० परग
१ लीग (१½ कोस)	=	३ मील
१ गिरह (नौका संबंधी) या १ मील (भूगोल का)	=	६०८० फ़ीट
१ अंश (विषुव रेखान्तर)	=	६० गिरह या ६९·११ मील
—	=	७·९२ इञ्च
	=	१०० कड़ी
	=	७९२ इञ्च
	=	६६ फ़ीट
	=	२२ गज़

वर्ग या धरातल माप

१४४ वर्ग इञ्च	=	१ वर्ग फुट
९ वर्ग फ़ीट	=	१ वर्ग गज़
३०¼ वर्ग गज़	=	१ वर्ग रोड या वर्ग पोल
४० पोल	=	१ रोड
४ रोड	=	१ एकड़
६४० एकड़	=	१ वर्ग मील
और १ एकड़	=	१० वर्ग जरीब
	=	४८४० वर्ग गज़
	=	एक लाख वर्ग कड़ी

पहिला भाग

—॥०॥—

[इस विभाग में मापविद्या के उन्हीं नियमों का वर्णन है जो कि रेखा गणित के पहिले दो खण्डों से साधे जा सकते हैं]

पहिला प्रकरण

आयत

६—आयत के यदि भुज दिए हों तो उसके क्षेत्रफ
निकालने की रीति

यह युक्ति ५ में सिद्ध की गई है कि आयत अ ब स द के
आसन्न भुजों की लंबाई का माप क्रम से यदि अ और ब हो
क्षेत्र फल का माप अ और ब के गुणनफल के बराबर होता है।

इसलिये क्षेत्रफल अब सद = अ ब क्षेत्रफल के पैमाने = अ ब।

नियम १—आयत का क्षेत्रफल = उसके भुजों की लंबा
के गुणनफल।

उदाहरण १—मान लो कि अ = ४९ फ़ीट ६ इञ्च और
ब = २५ फ़ीट तो आयत का क्षेत्रफल = ४९·५ × २५ =
१२३७·५ वर्ग फ़ीट।

उदाहरण २—एक आयताकार कमरे की लंबाई २५ फ़ीट
३ इञ्च और चौड़ाई १३ फ़ीट ६ इञ्च है तो उसके गच में वर्ग
फ़ीट की संख्या क्या होगी॥

२५·२५ × १३·५ = ३४०·८७५ वर्ग फ़ीट॥

उदाहरण ३—एक खेत की लंबाई ५० जरीब ६२ कड़ी और चौड़ाई २३ जरीब १४ कड़ी है तो बताओ कि उसका लगान फ़ी एकड़ २५ रु० के हिसाब से कितना होगा।

५०.६२ × २३.१४ = ११७१.३४६८ जरीब

= ११७.१३४६८ एकड़

लगान = २५ रु० × ११७.१३४६८ = २९२८.३६७

= २९२८ रु० ५ आ० १०.९६४ पाई

नियम २—आयत के क्षेत्रफल को उसकी लंबाई से भाग देने पर लब्धि चौड़ाई होती है और क्षेत्रफल में चौड़ाई से भाग देने पर लब्धि लंबाई होती है—

उदाहरण १—एक आयताकार क्षेत्र का क्षेत्रफल २० एकड़ ५ वर्ग जरीब और ४२२ वर्ग कड़ी और एक भुज ८९५ कड़ी है तो दूसरी भुज निकालो।

२० एकड़ ५ जरीब ४२२ कड़ी = २०.५४२५ एकड़ = २०५४२५० वर्गकड़ी।

फिर $\frac{२०५४२५०}{८९५}$ = २२९५.० कड़ी = २२ जरीब ९५ कड़ी

७—वर्गक्षेत्र का क्षेत्रफल - वर्गक्षेत्र वह आयत है जिसकी भुजायें आपस में बराबर होती हैं इसलिये अगर इसकी एक भुज की लंबाई दी हुई हो तो क्षेत्रफल तुरंत निकल सकता है और कि यदि इसके एक भुज की लंबाई य है तो क्षेत्रफल = य × य = य²।

नियम ३—वर्ग का क्षेत्रफल = एक भुज पर के वर्ग के

उदाहरण १—एक कमरा १५ फ़ीट वर्ग है तो इसका क्षेत्रफल कितने वर्ग गज होगा।

क्षेत्रफल = १५ × १५ वर्ग फ़ीट = २२५ वर्ग फ़ीट = २५ वर्ग गज

६—आयत के यदि भुज दिए हों तो उसके क्षेत्रफल निकालने की रीति

यह युक्ति ५ में सिद्ध की गई है कि आयत अ ब स द के दो आसन्न भुजों की लंबाई का माप क्रम से यदि प और ब हों तो क्षेत्र फल का माप प और ब के गुणनफल के बराबर होता है।

इसलिये क्षेत्रफल अब सद = प ब क्षेत्रफल के पैमाने = प ब।

नियम १—आयत का क्षेत्रफल = उसके भुजों की लंबाई के गुणनफल।

उदाहरण १—मान लो कि प = ४९ फ़ोट ६ इञ्च और ब = २५ फ़ोट तो आयत का क्षेत्रफल = ४९.५ × २५ = १२३७.५ वर्ग फ़ोट।

उदाहरण २—एक आयताकार कमरे की लंबाई २५ फ़ोट ३ इञ्च और चौड़ाई १३ फ़ोट ६ इञ्च है तो उसके गच में वर्ग फ़ोट की संख्या क्या होगी॥

२५.२५ × १३.५ = ३४०.८७५ वर्ग फ़ोट॥

उदाहरण ३—एक खेत की लंबाई ५० जरीब ६२ कड़ी
और चौड़ाई २३ जरीब १४ कड़ी है तो बताओ कि उसका
लगान फ़ी एकड़ २५ रु० के हिसाब से कितना होगा।

५०.६२ × २३.१४ = ११७१.३४६८ जरीब

= ११७.१३४६८ एकड़

लगान = २५ रु० × ११७.१३४६८ = २९२८.३६७

= २९२८ रु० ५ आ० १०.४६४ पाई

नियम २—आयत के क्षेत्रफल को उसकी लंबाई से भाग
देने पर लब्धि चौड़ाई होती है और क्षेत्रफल में चौड़ाई से भाग
देने पर लब्धि लंबाई होती है—

उदाहरण १—एक आयताकार क्षेत्र का क्षेत्रफल २० एकड़
५ वर्ग जरीब और ४२२ वर्ग कड़ी और एक भुज ८२५ कड़ी है
तो दूसरी भुज निकालो।

२० एकड़ ५ जरीब ४२२ कड़ी = २०.५४२५ एकड़ =
२०५४२५० वर्गकड़ी।

फिर $\frac{२०५४२५०}{८२५}$ = २४९० कड़ी = २४ जरीब ९० कड़ी

७—वर्गक्षेत्र का क्षेत्रफल—वर्गक्षेत्र वह आयत है
जिसकी भुजाएं आपस में बराबर होती हैं इसलिये अगर उसकी
एक भुज की लंबाई दी हुई हो तो क्षेत्रफल शीघ्र निकल सकता
है जैसे कि यदि उसके एक भुज की लंबाई अ है तो क्षेत्रफल =
अ × अ = अ^{२}।

नियम ३—वर्ग का क्षेत्रफल = एकभुज पर के वर्ग के

उदाहरण १—एक कमरा १५ फ़ीट वर्ग है तो उसका क्षेत्र
फल कितने वर्ग गज़ होगा।

क्षेत्रफल = १५ × १५ वर्ग फ़ीट = २२५ वर्ग फ़ीट = २५ वर्ग गज़

पहिला अभ्यास

१—उस आयत का क्षेत्रफल बताओ जो ६५ गज़ ल
२५ गज़ चौड़ा है।

२—एक मेज़ आयताकार है जिसकी लंबाई १२ फ़ुट
और चौड़ाई ५ फ़ुट ३ इञ्च है तो बताओ कि उसका
वर्गफ़ुट और इञ्च है।

३—एक वर्ग का एक भुज ३६ इञ्च है उसका क्षे
फ़ुट में बताओ।

४—मिस्र के बड़े सूच्याग्रसंस्तम्भ का आधार (नीव)
कार है जिसका एक भुज ७६४ फ़ुट है तो बताओ कि
एकड़, रोड और पोल उससे घिरे हुए हैं।

५—एक वर्ग का भुज १० जरीब ४८ कड़ी है तो उसका
फल निकालो।

आयत की लंबाई ३४ जरीब ५६ कड़ी और चौ
६४ कड़ी है तो क्षेत्रफल क्या होगा।

आयताकार मैदान की चौड़ाई ३२ जरीब ४५
४५ जरीब २८ कड़ी है तो उसका क्षेत्रफ
।

८—एक बाग़ एक वर्ग के समान १० एकड़ में है तो उसकी [illegible]ाई निकालो।

९—एक आयताकार क्षेत्र का क्षेत्रफल १९ एकड़ है और [illegible]की लम्बाई १४९६ गज़ है तो उसकी चौड़ाई क्या है।

१०—तीन वर्गों के भुज क्रम से ११२, ३८४ और ९६० गज़ हैं [illegible]तीनों वर्गों के बराबर जो वर्ग हो उसका भुज निकालो।

११—एक कोठरी १७ फ़ीट वर्ग है तो उसके फ़र्श में कितने [illegible] इञ्च हैं।

१२—५ फ़ीट वर्ग और ५ वर्ग फ़ीट में क्या अंतर है।

१३—उस फ़र्श की क्या लंबाई है जिसकी चौड़ाई २४ फ़ीट [illegible]र क्षेत्रफल उस फ़र्श के बराबर है जिसका क्षेत्रफल ३६ [illegible]ट वर्ग है।

१४—एक मेज़ १२½ इञ्च चौड़ी ६½ वर्ग फ़ीट अंतरगत करती उसकी लंबाई क्या है।

१५—एक वर्गाकार मेज़ का क्षेत्रफल क्या है जिसकी भुज फ़ीट ६ इञ्च है।

१६—एक शतरंज की बिसात एक फ़ुट वर्ग है तो उसके [illegible]त्येक खाने का क्या क्षेत्रफल होगा।

१७—एक वर्ग का भुज १६ गज़ है और एक आयत ३५ फ़ीट [illegible]ंबा और २३ फ़ीट चौड़ा है तो उनके क्षेत्रफलों में अंतर बताओ।

१८—एक तख़्ता ५½ इञ्च चौड़ा है उसको कितनी लंबाई [illegible]ी जाय कि क्षेत्र फल १ वर्ग फ़ुट हो।

१९—एक आयताकार खेत का क्षेत्रफल (रक़बा) ७ एकड़ [illegible] रोड १० पोल है यदि एक भुज दूसरे भुज का दूना हो तो उस[illegible]के भुजों को बताओ।

२०—काग़ज़ का एक तख़्ता ४० इञ्च लंबा और २७½ इञ्च चौड़ा है तो बताओ कि उसका एक रीम (२० दस्ता) कितने वर्ग गज़ ढक लेगा।

८—एक बाग़ एक वर्ग के समान १० एकड़ में है तो उसकी
ई निकालो।

९—एक आयताकार क्षेत्र का क्षेत्रफल १९ एकड़ है और
की लम्बाई १४९६ गज़ है तो उसकी चौड़ाई क्या है।

१०—तीन वर्गों के भुज क्रम से ११२, ३८४ और ९६० गज़ हैं
तीनों वर्गों के बराबर जो वर्ग हो उसका भुज निकालो।

११—एक कोठरी १७ फ़ीट वर्ग है तो उसके फ़र्श में कितने
इञ्च हैं।

१२—५ फ़ीट वर्ग और ५ वर्ग फ़ीट में क्या अंतर है।

१३—उस फ़र्श की क्या लंबाई है जिसकी चौड़ाई २४ फ़ीट
र क्षेत्रफल उस फ़र्श के बराबर है जिसका क्षेत्रफल ३६
ट वर्ग है।

१४—एक मेज़ १२½ इञ्च चौड़ी ६½ वर्ग फ़ीट अंतरगत करती
उसकी लंबाई क्या है।

१५—एक वर्गाकार मेज़ का क्षेत्रफल क्या है जिसकी भुज
फ़ीट ६ इञ्च है।

१६—एक शतरंज की बिसात एक फुट वर्ग है तो उसके
त्येक खाने का क्या क्षेत्रफल होगा।

१७—एक वर्ग का भुज १६ गज़ है और एक आयत ३५ फ़ीट
िया और ३३ फ़ीट चौड़ा है तो उनके क्षेत्रफलों में अंतर बताओ।

१८—एक तख़्ता ५½ इञ्च चौड़ा है उसकी कितनी लंबाई
ी जाय कि क्षेत्र फल १ वर्ग फ़ुट हो।

१९—एक आयताकार खेत का क्षेत्रफल (रक़बा) ७ एकड़
। रोड १० पोल है यदि एक भुज दूसरे भुज का दूना हो तो उस-
े भुजों को बताओ।

२०—काग़ज़ का एक तख़्ता ४०½ इञ्च लंबा और २७½ इञ्च चौड़ा
है तो बताओ कि उसका एक रीम (२० दस्ता) कितने वर्ग
ग़ज़ ढक लेगा।

उदाहरण २—एक खेत की लंबाई चौड़ाई से दूनी है। लगान फ़ी एकड़ २ रु० ८ ग्राना के हिसाब से २४ रु० ८ ग्रा है तो खेत का विस्तार बताओ।

क्षेत्रफल = $\frac{२४\frac{१}{२}}{२\frac{१}{२}}$ एकड़ = $\frac{४९}{५}$ एकड़ = ९.८ एकड़।

कल्पना करो कि चौड़ाई ग्र गज़ है तो लंबाई = २ ग्र और ग्र × २ ग्र वर्ग गज़ = ९.८ एकड़ = ९.८ × ४८४० वर्गगज़

∴ २ ग्र^२ = ९.८ × ४८४० या ग्र^२ = ४९ × ४८४ ग्रथवा ग्र = ७ × २२

∴ चौड़ाई १५४ गज़ है और लंबाई ३०८ गज़

पहिला अभ्यास

१—उस ग्रायत का क्षेत्रफल बताओ जो ६५ गज़ लंबा २५ गज़ चौड़ा है।

२—एक मेज़ ग्रायताकार है जिसकी लंबाई १२ फ़ीट ६ [illegible] और चौड़ाई ५ फ़ीट ३ इञ्च है तो बताओ कि उसका क्षेत्रफल [illegible] वर्गफ़ीट और इञ्च है।

३—एक वर्ग का एक भुज २६ इञ्च है उसका क्षेत्रफल [illegible] फ़ीट में बताओ।

४—मिस्र के बड़े सूच्याग्रस्तम्भ का ग्राधार (नीव) वर्गा[illegible]कार है जिसका एक भुज ७६४ फ़ीट है तो बताओ कि कित[illegible] एकड़, रोड और पोल उससे घिरे हुए हैं।

५—एक वर्ग का भुज १० जरीब ४८ कड़ी है तो उसका क्षे[illegible]फल निकालो।

६—एक ग्रायत की लंबाई ३४ जरीब ५६ कड़ी और चौड़[illegible] २२ जरीब ६४ कड़ी है तो क्षेत्रफल क्या होगा।

७—एक ग्रायताकार मैदान की चौड़ाई ३२ जरीब ४५ क[illegible] और लंबाई ४१ जरीब २८ कड़ी है तो उसका क्षेत्रफल एक[illegible] और एकड़ के दशमलव में बताओ।

८—एक बाग़ एक वर्ग के समान १० एकड़ में है तो उसकी ...ई निकालो।

९—एक आयताकार क्षेत्र का क्षेत्रफल १९ एकड़ है और ...की लम्बाई १४९६ गज़ है तो उसकी चौड़ाई क्या है।

१०—तीन वर्गों के भुज क्रम से ११२, ३८४ और ९६० गज़ हैं ...तीनों वर्गों के बराबर जो वर्ग हो उसका भुज निकालो।

११—एक कोठरी १७ फ़ीट वर्ग है तो उसके फ़र्श में कितने ...इञ्च हैं।

१२—५ फ़ीट वर्ग और ५ वर्ग फ़ीट में क्या अंतर है।

१३—उस फ़र्श की क्या लंबाई है जिसकी चौड़ाई २४ फ़ीट ...र क्षेत्रफल उस फ़र्श के बराबर है जिसका क्षेत्रफल ३६ ...ट वर्ग है।

१४—एक मेज़ १२½ इञ्च चौड़ी ६⅓ वर्ग फ़ीट अंतरगत करती ...उसकी लंबाई क्या है।

१५—एक वर्गाकार मेज़ का क्षेत्रफल क्या है जिसकी भुज ...फ़ीट ६ इञ्च है।

१६—एक शतरंज की बिसात एक फुट वर्ग है तो उसके ...येक ख़ाने का क्या क्षेत्रफल होगा।

१७—एक वर्ग का भुज १६ गज़ है और एक आयत ३५ फ़ीट ...या और २३ फ़ीट चौड़ा है तो उनके क्षेत्रफलों में अंतर बताओ।

१८—एक तख़्ता ५½ इञ्च चौड़ा है उसकी कितनी लंबाई ...ो जाय कि क्षेत्र फल १ वर्ग फ़ुट हो।

१९—एक आयताकार खेत का क्षेत्रफल (रक़बा) ७ एकड़ ...रोड १० पोल है यदि एक भुज दूसरे भुज का दूना हो तो उस-... भुजों को बताओ।

२०—काग़ज़ का एक तख़्ता ४० इञ्च लंबा और २७½ इञ्च चौड़ा ...है तो बताओ कि उसका एक रीम (२० दस्ता) कितने वर्ग ...ग़ज़ ढक लेगा।

२१—एक घास का मैदान २१६ फ़ीट लंबा और १६६ चौड़ा है और उसमें फूलों की १० वर्ग क्यारियां हैं जि प्रत्येक भुज ९ फ़ीट है तो बताओ कितने वर्गगज़ घास है।

२२—एक आयताकार धर्ती में से जो ३८५ गज़ चौड़ कितनी लंबाई काटली जाय कि काटे हुए हिस्से का क्षेत्र ७ एकड़ हो।

२३—एक खेत दस लाख वर्गों में विभाजित हो सकता यदि प्रत्येक वर्ग का भुज एक हाथ हो तो संपूर्ण खेत क्षेत्रफल निकालो।

२४—एक रेल का यनजिन हौड़ा से दिल्ली तक जाने में कि ९५४ मील के अंतर में है कितनी एकड़ ज़मीन पर से ज जब कि दो पटरियों में अंतर ५ फ़ीट ६ इञ्च का है।

२५—म्योरसेन्ट्रल कालेज का सेनेट हाल (कमरा) ८२ फ़ लंबा और ३६ फ़ीट चौड़ा है तो बताओ कि उस हाल में के पर देने वालों की परीक्षा हो सकती है अगर प्रत्येक मेज़ और कि को २० वर्ग फ़ीट दिया जावे।

व्योहारिक रीति

८—जब कि आयताकार क्षेत्र का विस्तार कड़ियों में दिया हो तो का क्षेत्रफल वर्ग कड़ियों में निकलता है यदि उस संख्या को १ लाख से दें अथवा उस संख्या के अंत के ५ अंकों को काट दें तो अवशिष्ट संख्या कि वाम भाग में रह जायगी वह क्षेत्रफल की संख्या एकड़ में होगी और दशमलव भिन्न एकड़ होगी। अंतिम संख्या को अगर ४ से गुणा करें तो सं भिन्न रोड होगी और दशमलव वाले भाग को ४० से गुणा करें तो होगा—

उदाहरण १—फ़र्ज़ करो कि एक आयत की भुजाएं ३४ जरीब और ४२ जरीब ५० कड़ी हैं तो क्षेत्रफल क्या होगा।

३४७ जरीब = ३४७०० कड़ी

४२ जरीब ५० कड़ी = ४२५० कड़ी

३४७०० × ४२५० = १४७४७५००० वर्ग कड़ी

= १४७४. ७५ एकड़

= १४७४ एकड़ ३ रोड

उदाहरण २—मानलो कि एक आयत के भुज ८ जरीब ४८ कड़ी वो ३ जरीब ६५ कड़ी हैं तो क्षेत्रफल निकालो।

८४८ × ३६५ = ३०९५२० वर्ग कड़ी

दहिने तरफ़ से ५ अंको को काट देने से

३·०९५२ एकड़ प्राप्त होता है

४

० . ३८०८ रोड

४०

१५. २३२० पोल (पर्च)

इस लिये क्षेत्रफल = ३ एकड ० रोड १५ पोल

६—द्वादशमलव या चलीपागुणान—एक रीति है जिस को मकान बनाने वाले और बढ़ई और दूसरे कारीगर अपने काम के समझने में प्रयोग करते हैं। नीचे के सूचीपत्र से जिसमें रेखाकार और धरातल फुट द्वादशांश की रीति से प्रतिभाग किए गए हैं चलीपा गुणन का कर्म समझा जा सकता है।

१ फुट (रेखाकार या धरातल) = १२ प्रथम

१ प्रथम (१′) = १२ द्वितीय

१ द्वितीय (१″) = १२ त्रितीय

१ त्रितीय (१‴) = १२ चतुर्थ

और इसी तरह से

उदाहरण १—११ फ़ीट ५३ इंच को द्वादशमलव के रीति से लिखो।

११ फ़ीट ५३ इंच = ११ फ़ीट ५′ ३″

(रेखाकार) द्वितीय × (रेखाकार) प्रथम = (धरातल) त्रितीय
(रेखाकार) प्रथम × (रेखाकार) द्वितीय = (धरातल) त्रितीय
(रेखाकार) द्वितीय × (रेखाकार) द्वितीय = (धरातल) चतुर्थ
इत्यादि इत्यादि इत्यादि

उदाहरण १—५ फ़ोट ७ इञ्च को ६ फ़ोट ८ इञ्च से गुणा करो॥

पहिले ६ फ़ोट को ५ फ़ोट से गुणा करते यह ध्यान में रखकर कि १२″ = १′ वो १२′ = १ फ़ुट और ६ फ़ुट × ७′ = ४२′ = ३ वर्ग फ़ोट —तब हम ८′ से गुणा करते हैं। यह याद रख के कि १′ × १′ = १″ (धरातल) और ८′ × = ५६″ = ४′ ८″ और ५ फ़ोट × ८″ = ४०′ = ३ फ़ोट ४′

फ़ोट
५—७′
६—८′
३३—६
३—८—८
३७—२′—८′

या ३७ वर्गफ़ोट ३२ वर्गइञ्च

तीसरा अभ्यास

नीचे दिए हुए भुजों के आयतों का क्षेत्रफल द्वादशांश की रीति से निकालो।

(१) ३ फ़ोट ६ इञ्च और २ फ़ोट ३ इञ्च (२) ४ फ़ोट ५ इञ्च और ३ फ़ोट ७ इञ्च (३) ५ फ़ोट ३′ ४′ और ९ फ़ोट २ १″ (४) फ़ोट ७′ १०″ और ३ गज़ २ फ़ोट (५) २० फ़ोट ४′ ८″ और ७ फ़ोट ६′ ४″

११—कमरों में दरी बिछाना—एक आयताकार कमरे में यदि दरी बिछाई जावे तो दरी का क्षेत्रफल कमरे के गच के अवश्य तुल्य होगा इसलिये दरी की लंबाई मालूम करने के लिये हम कमरे की लंबाई और चौड़ाई को आपस में गुणा करते हैं और गुणने और भाग ी की चौड़ाई

को एक राशि अवश्य कर लेनी चाहिए याने सब को गज़ फ़ीट या इञ्च कर लेना चाहिए।

नियम—दरी की लंबाई = कमरे की लंबाई × कमरे / दरी की चौड़ाई

उदाहरण—एक कमरे की लंबाई १२ फ़ीट ६ इञ्च चौड़ाई ७ फ़ीट ६ इञ्च है यदि उसमें ३० इञ्च चौड़ी दरी जाये तो उसकी लंबाई क्या होगी।

दरी की लंबाई = $\frac{१२\frac{१}{२} \times ७\frac{१}{२}}{२\frac{१}{२}}$ = ३७१ फ़ीट

१२—किसी कमरे के दिवालों को काग़ज़ से मढ़ना

किसी आयताकार कमरे के दिवालों का क्षेत्रफल के लिये हम चारों दिवालों को फैली हुई समझते हैं याने समझते हैं कि चारों दिवालें पास पास खड़ी हैं तो यह होता है कि चारों दिवालें मिलकर एक आयत बन जाता और इस आयत की लम्बाई = दूने (कमरे की लम्बाई + कमरे चौड़ाई) और चौड़ाई = कमरे की उंचाई।

नीचे लिखे हुए चक्र से ऊपर की युक्ति प्रकाशित होती

उंचाई	पहिली दिवाल	दूसरी दिवाल	तीसरी दिवाल	चौथी दिवाल	उंचाई
	लम्बाई	चौड़ाई	लम्बाई	चौड़ाई	

१—दिवालों का क्षेत्रफल = २ × (लम्बाई + चौड़ाई) × उंचाई = गच के परिमित × कमरे की उंचाई।

—परिमिति = सीमा के रेखाओं के लम्बाई के।

टिप्पणी—काग़ज़ मढ़ने के लिये दिवालों का क्षेत्रफल निकालने में द्वार और खिड़कियों, अंगेठियों इत्यादि का क्षेत्रफल घटा देना चाहिए।

नियम २—काग़ज़ की लंबाई $=\dfrac{\text{दिवालों का क्षेत्रफल}}{\text{काग़ज़ की चौड़ाई}}$

उदाहरण १—एक कमरे की दिवालों का क्षेत्रफल निकालो जिसकी लंबाई १६ फ़ीट ६ इञ्च और चौड़ाई १२ फ़ीट ६ इञ्च औ उंचाई १४ फ़ीट है।

परिमिति = २ × (लंबाई + चौड़ाई)
= २ (१६½ + १२½)
= ५८ फ़ीट
उंचाई = १४ फ़ीट
दिवाल का क्षेत्रफल = ५८ × १४ फ़ीट
= <u>८१२ वर्ग फ़ीट</u>

उदाहरण २—पहिले उदाहरण में यदि कमरे में दो दरवाज़े हैं जिनकी लंबाई ७ फ़ीट और चौड़ाई ४ फ़ीट है और दो खिड़कियां हैं जिनकी लंबाई ६ फ़ीट और चौड़ाई ३ फ़ीट है। यदि काग़ज़ की चौड़ाई २ फ़ीट ६ इञ्च हो तो कितने गज़ काग़ज़ की आवश्यकता होगी।

द्वारों का क्षेत्रफल = २ × ७ × ४ = ५६ वर्ग फ़ीट।

खिड़कियों का क्षेत्रफल = २ × ६ × ३ = ३६ वर्ग फ़ीट।

आवश्यक काग़ज़ का क्षेत्रफल = ८१२ − (५६ + ३६) = ७२० वर्ग फ़ीट।

काग़ज़ की लंबाई $=\dfrac{७२०}{२\frac{१}{२}}$ = २८८ फ़ीट = <u>९६ गज़</u>

१३—किसी क्षेत्रफल में पत्थर की पटिया बिछाना सब पटियों का क्षेत्रफल निश्चय बराबर होगा जिसमें वे बिछतीं हैं यदि पटिया बराबर विस्तार की हों तो।

$$\text{संख्या पटिओं की} = \frac{\text{क्षेत्रफल जिस में पटियां बिछी हैं}}{\text{प्रत्येक पटियों का क्षेत्रफल}}$$

उदाहरण—कितनी पत्थर की पटियां ३ फ़ीट लम्बी और २ फ़ुट ६ इञ्च चौड़ी एक चौक में बिछेंगी जिसकी लंबाई ७५ गज़ और चौड़ाई ४० गज़ १ फ़ुट है।

$$\text{पटियों की संख्या} = \frac{२२५ \times १२१}{३ \times २\frac{१}{२}} = \underline{३६३०}$$

१४—क्षेत्रफल समान रास्ते का जो एक आयताकार चौक के चारों तरफ़ उसके ठीक सीमा के भीतर बना है—

शकल २

मान लो कि अ ब स द एक आयताकार चौक है जोकि क फ़ुट लंबा ख फ़ुट चौड़ा है। मान लो कि समान मार्ग ग फ़ुट चौड़ा चारों ओर उसके भीतर बना है यह मार्ग एक छोटा आयत य छ ज झ घेरता है जिसकी लंबाई (क—२ ग) फ़ीट और चौड़ाई (ख—२ ग) फ़ीट है।

इसलिये मार्ग का क्षेत्रफल = क्षेत्रफल अ ब स द—क्षेत्रफल य छ ज झ

$$= क\,ख — (क — २\,ग)\,(ख — २\,ग)$$

$$= ग\,(२\,क + २\,ख) — ४\,ग^{२}$$

$$\text{या} = \underline{२\,ग\,(क + ख — २\,ग)}$$

टिप्पणी—इस जगह पर मान लिए हुए चौक के क्षेत्रफल

क्षेत्रफल समान मार्ग का जो एक बगीचा के चारों ओर बाहरी सीमा पर बना है

शकल २ में मान लो कि च छ ज झ एक बगीचा है और अ ब स द मार्ग की बाहरी सीमा है।

मान लो कि चछ = ट, छज = ठ और मार्ग की चौड़ाई = ड तो मार्ग का क्षेत्रफल = (ट+२ ड) (ठ+२ ड)—ट ठ

= २ ड (ट+ठ+२ ड)

उदाहरण १—एक आयताकार बाग़ २५६ गज़ लंबा और १६४ गज़ चौड़ा है यदि ३० फुट चौड़ा मार्ग बाग़ के भीतर चारों तरफ़ सीमा के पास ही भीतर बना हुआ है तो मार्ग का क्षेत्रफल निकालो।

बाग़ का क्षेत्रफल = (२५६ × १६४) वर्ग गज़।

मार्ग (१०+१०) गज़ लंबाई में से और (१०+१०) गज़ चौड़ाई से काटता है।

इसलिये मार्ग का क्षेत्रफल = २५६ × १६४ − २३६ × १४४

= ८००० वर्ग गज़

अथवा साधारण प्रकार से

क्षेत्रफल = २ ग (क+ख—२ ग)

= २ × १० (२५६+१६४—२०)

= ८००० वर्ग गज़

उदाहरण २—एक क़िला ७४३ गज़ लम्बी और ५३१ गज़ चौड़ी आयताकार पृथ्वी पर बना है और एक ख़न्दक़ उसके चारों ओर १३ गज़ चौड़ी है तो ख़न्दक़ का बाहरी क्षेत्रफल निकालो।

ख़न्दक़ का क्षेत्रफल = (७४३+२६)(५३१+२६)−७४३ × ५३१

= ३३८०० वर्ग गज़

१३—किसी क्षेत्रफल में पत्थर की पटिया बिछाना सब पटियों का क्षेत्रफल निश्चय बराबर होगा जिसमें वे बिछती हैं यदि पटिया बराबर विस्तार की हों तो।

$$\text{संख्या पटिओं की} = \frac{\text{क्षेत्रफल जिस में पटियां बिछी हैं}}{\text{प्रत्येक पटियों का क्षेत्रफल}}$$

उदाहरण—कितनी पत्थर की पटियां ३ फ़ीट लम्बी और २ फ़ुट ६ इञ्च चौड़ी एक चौक में बिछेंगी जिसकी लंबाई ७५ गज़ और चौड़ाई ४० गज़ १ फ़ुट है।

$$\text{पटिओं की संख्या} = \frac{२२५ \times १२१}{३ \times २\frac{१}{२}} = \underline{३६३०}$$

१४—क्षेत्रफल समान रास्ते का जो एक आयताकार चौक के चारों तरफ़ उसके ठीक सीमा के भीतर बना है—

शकल २

मान लो कि अ ब स द एक आयताकार चौक है जोकि क फ़ुट लंबा ख फ़ुट चौड़ा है। मान लो कि समान मार्ग ग फुट चौड़ा चारों ओर उसके भीतर बना है यह मार्ग एक छोटा आयत च छ ज झ घेरता है जिसकी लंबाई (क—२ ग) फ़ीट और चौड़ाई (ख—२ ग) फ़ीट है।

इसलिये मार्ग का क्षेत्रफल = क्षेत्रफल अ ब स द—क्षेत्रफल च छ ज झ

$$= \text{क ख} - (\text{क} - २\text{ ग})(\text{ख} - २\text{ ग})$$
$$= \text{ग}(२\text{ क} + २\text{ ख}) - ४\text{ ग}^२$$
$$\text{या} = \underline{२\text{ ग}(\text{क} + \text{ख} - २\text{ ग})}$$

टिप्पणी—इस जगह पर मान लिए हुए चौक के क्षेत्रफल में रास्ते का क्षेत्रफल मिला हुआ है।

क्षेत्रफल समान मार्ग का जो एक बगीचा के चारों ओर वाहरी सीमा पर बना है

शकल २ में मान लेा कि च छ ज झ एक बगीचा है और अ ब स द मार्ग की बाहरी सीमा है।

मान लेा कि चछ = ट, छज = ठ और मार्ग की चौड़ाई = ड तो मार्ग का क्षेत्रफल = (ट+२ ड) (ठ+२ ड)—ट ठ
= २ ड (ट+ठ+२ ड)

उदाहरण १—एक आयताकार बाग़ २५६ गज़ लंबा और १६४ गज़ चौड़ा है यदि ३० फुट चौड़ा मार्ग बाग़ के भीतर चारों तरफ़ सीमा के पास ही भीतर बना हुआ है तेा मार्ग का क्षेत्रफल निकालेा।

बाग़ का क्षेत्रफल = (२५६ × १६४) वर्ग गज़।

मार्ग (१०+१०) गज़ लंबाई में से और (१०+१०) गज़ चौड़ाई से काटता है।

इसलिये मार्ग का क्षेत्रफल = २५६ × १६४ – २३६ × १४४
= ८००० वर्ग गज़

अथवा साधारण प्रकार से
क्षेत्रफल = २ ग (क+ख—२ ग)
= २ × १० (२५६+१६४—२०)
= ८००० वर्ग गज़

उदाहरण २—एक क़िला ७४३ गज़ लम्बा और ५३१ गज़ चौड़ा आयताकार पृथ्वी पर बना है और एक खन्दक़ उसके चारों ओर १३ गज़ चौड़ी है तेा खन्दक़ का बाहरी क्षेत्रफल निकालेा।

खन्दक़ का क्षेत्रफल = (७४३+२६)(५३१+२६)–७४३ × ५३१
= ३३८०० वर्ग गज़

क्षेत्रफल = २ड (ट+ठ+२ ड)
= २ × १३ × (७४३ + ५३१ + २६)
= ३३८०० वर्ग गज़

चौथा अभ्यास

१—इलाहाबाद रेलवे स्टेशन का चौतरा १२७४ फ़ीट लंबा और २१ फ़ीट ८ इञ्च चौड़ा है यदि उस पर बरदवान के पत्थर की पटियां २५ रुपए १०० वर्ग फ़ीट के हिसाब से बिछाई जावे तो बताओ उसके बिछाने में कितना ख़र्च पड़ेगा और हर एक पटियों की जो कि माप में २½ फुट × १½ फुट है संख्या क्या होगी।

यह भी बतलाओ कि माघमेला के यात्री कितने उस पर खड़े हो सकते हैं यदि हर एक यात्री को २½ वर्गफुट खड़े होने के लिये जगह दी जावे।

२—म्योर सेन्ट्रल कालेज के पुस्तकालय में बिछाने के लिये जिसकी लम्बाई ५५ फुट और चौड़ाई ३४ फुट है कितने गज़ दरी की आवश्यकता होगी जिसकी कि चौड़ाई ¾ गज़ है।

३—एक गोल कमरे का घेरा ४५ गज़ १ फुट ३ इञ्च है और १० फुट ८ इञ्च उंचाई में है यदि उन दिवालों को १५ इञ्च चौड़े काग़ज़ से मढ़ें तो कितने गज़ काग़ज़ की आवश्यकता होगी।

४—एक आयताकार गेंद खेलने का मैदान २५० गज़ लम्बा और २१० गज़ चौड़ा है यदि उसके चारों तरफ़ कङ्कड़ की ५ फुट चौड़ी सड़क बनाई जावे तो उसका क्षेत्रफल कितना होगा।

५—एक वर्ग खेत ६२½ एकड़ है तो उसके एक भुज की लम्बाई कितनी होगी।

६—एक आयताकार गेंद खेलने की जगह १ एकड़ है और जिसकी लम्बाई और चौड़ाई इस क्रम से हैं जैसे कि ५ : २ इस मैदान के चारो तरफ एक मार्ग है जो कि दो गज़ चौड़ा है तो

बताओ उस मार्ग में एक वर्ग गज़ में ५० ईंटें के हिसाब से कितनी ईंटें लगेंगी।

७–एक कमरा ३० फ़ुट लम्बा और १२ फ़ुट ६ इञ्च चौड़ा और १० फ़ुट ऊंचा है जिसमें दो दरवाज़े प्रत्येक ८ फ़ुट ऊंचा और ३ फ़ुट ४ इञ्च चौड़ा और दो खिड़कियां प्रत्येक ८ फ़ुट ४ इञ्च ऊंची और ५ फ़ुट चौड़ी हैं तो बतलाओ कि उसके दिवालों को काग़ज़ से मढ़ने के लिये कितने टुकड़े काग़ज़ लगेंगे जो कि १० गज़ लम्बा और १ गज़ चौड़ा है।

८–एक आयताकार बाग़ १५० गज़ लम्बा और ६४ गज़ चौड़ा ७ फ़ुट ६ इञ्च एक ऊंची दिवाल से घिरा हुआ है तो बतलाओ ६ आना १०० वर्गफ़ीट के हिसाब से भीतर के दिवालों में चूना पोतने में क्या ख़र्च पड़ेगा।

९–एक कमरा २५ फ़ुट लम्बा और १८ फ़ुट चौड़ा और ११ फ़ुट ऊंचा है जिसकी दिवालों और छत पर रंग कराने के लिये क्रम से ३ और ७ आना हर एक वर्ग गज़ के हिसाब से कितना लगेगा।

१०–एक गेंद खेलने के मैदान में जो १५० गज़ लंबा १४४$\frac{१}{६}$ गज़ चौड़ा है एक वर्ग भूमि भाग जिसका क्षेत्रफल कुल मैदान के क्षेत्रफल का $\frac{१}{१६}$ है गेंद खेलने के लिये बनाया गया है तो इस वर्ग की भुजा बताओ और यह भी बताओ कि उस भूमि भाग की मरम्मत में एक आना प्रत्येक वर्ग गज़ के हिसाब से क्या ख़र्च लगेगा।

११–अगर ४२ तख़ता काग़ज़ हर एक ६ गज़ लम्बा एक कमरे की दीवालों के ढकने के लिये लगता है जो कि २५ फ़ीट २ इञ्च लंबा और १९ फ़ीट १० इञ्च चौड़ा और १० फ़ीट ६ इञ्च ऊंचा है तो काग़ज़ की चौड़ाई बतलाओ।

१२–एक आयताकार बाग़ जिसकी भुजा १ : ४ के संबंध में है ६४० एकड़ है और बाग़ के चारों तरफ़ भीतर एक सड़क १६ फ़ीट चौड़ी बनवाई जाये तो उसमें कितनी जगह लगैगी।

१३-एक आयताकार लकड़ी की संदूक ६ फ़ीट ८ इञ्च लंबी और ४ फ़ुट ६ इञ्च चौड़ी और ४ फीट गहरी बनवाई जावे तो कितने वर्गफीट लकड़ी के तख़्ते लगेंगे।

१४-तीस फुट लम्बा और २४ फीट चौड़ा कमरा के गच के क्षेत्रफल और दूसरे दो कमरों के क्षेत्र फल में क्या अंतर है जब कि इन दो कमरों का विस्तार अपेक्षा पहिले कमरे के आधा है।

१५-आठ फीट ४ इञ्च चौड़े कमरे में १८ इञ्च चौड़ी दरी बिछाने में ४ रु० ८ आना फ़ी गज़ के हिसाब से २२५ रु० लगते हैं तो कमरे की लम्बाई बताओ।

१६-एक कमरे की लम्बाई २५ फ़ीट है यदि उसकी चारों दिवालों की रँगवाई में प्रत्येक वर्ग गज़ दो रुपया ८ आना के हिसाब से ४०० रु० और कमरे में दरी बिछाने में हर एक वर्ग फीट ५ रु० के हिसाब से २५०० रु० खर्च हों तो कमरे की उंचाई और चौड़ाई बताओ।

१७-एक आयताकार क्षेत्र जिस की लम्बाई चौड़ाई से डेढ़ गुना है १५ एकड़ है तो बताओ इस खेत के गिर्द चार मरतबे एक आदमी ३ मील फ़ी घंटे के चाल से कितनी देर में चलेगा।

१८-हिन्दुस्तान का क्षेत्रफल १४७४९१० वर्ग मील है तो इसमें कितने एकड़ और कितने बंगाल के बिगहे होंगे (१ बंगाल का बिगहा = १६०० वर्ग गज़)।

१९-एक आयताकार क्षेत्र के भुज २९३ फीट और १५० फीट हैं तो सिद्ध करो कि अगर चारों तरफ़ किनारे से ५ गज़ चौड़ी ज़मीन काट ली जाय तो शेष क्षेत्रफल १ एकड़ होगा।

२०-एक कमरा के फ़र्श और दिवालों का क्षेत्रफल क्रम से [illegible] वर्ग फ़ीट और ३०० वर्ग फ़ीट और १८० वर्ग फ़ीट हैं तो [illegible] का विस्तार बताओ।

पिथागोरिश त्रिभुज कहलाते हैं। सब पिथागोरिश त्रिभुजों के लिखने के लिये रीति है परन्तु वे कठिन गणित पर अवलंब करते हैं। नीचे लिखे हुए बीजगणित के उपाख्यान के अनुसरण करने से विद्यार्थी सहलता से पिथागोरियश त्रिभुज बना सकता है।

$$(१)\quad (क^{२}+ख^{२})^{२} \quad (क^{२}-ख^{२})^{२} + (२कख)^{२}$$

$$(२)\quad \left\{ \tfrac{१}{२}(ग^{२}+१) \right\}^{२} = \left\{ \tfrac{१}{२}(ग^{२}-१) \right\}^{२} + ग^{२}$$

$$(३)\quad \left\{ (\tfrac{१}{२}म)^{२}+१ \right\}^{२} = \left\{ (\tfrac{१}{२}म)^{२}-१ \right\}^{२} + म^{२}$$

(१) में कोई दो अभिन्न संख्या क और ख के स्थान में स्थापित की जा सकती हैं जैसे कि हम क और ख के स्थान में ४ और १ रखते हैं तो २५ वा ७ वा २४ पाते हैं जो कि समकोन त्रिभुज के भुज हैं। (२) में कोई विषमसंख्या ग के स्थान में स्थापित की जा सकती है जैसे कि ग के स्थान में हम ५ रखते हैं तो हमें १३ वा १२ वा ५ मिलता है (३) में कोई सम संख्या म के स्थान में स्थापित की जा सकती है जैसे कि म के स्थान में हम ४ रखते हैं तो हमें ५ वा ३ वा ४ मिलता है।

१०० तक १५ पिथागोरियश त्रिभुज की नामावली कर्ण के अनुसार रक्खी गई हैं।

३	४	५	९	४०	४१	४८	५५	७३
५	१२	१३	२८	४५	५३	१३	८४	८५
८	१५	१७	११	६०	६१	३६	७७	८५
७	२४	२५	१६	६३	६५	३९	८०	८९
१२	३५	३७	३३	५६	६५	६५	७२	९७

व्योहारिक रीति

१८—जब कि समकोण त्रिभुज के समकोण वाली भुजों का अन्तर छोटा हो तो नीचे लिखी हुई विधि कर्ण के मालूम करने के लिये ज़्यादा सहल होगी।

स² = म² + य² = २ म व + (य—व)²

उदाहरण—म = ११९, य = १२०, स को मालूम करो

स² = २ × ११९ × १२० + (१२० — ११९)² = २८५६१

∴ स = १६९

यदि समकोण त्रिभुज के भुज क ख ल हों तो म क, म ख, म ल, भी समकोण त्रिभुज के भुज होंगे क्योंकि अगर।

क² + ख² = ल²

तब यह भी म² क² + म² ख² = म² ल²

इस प्रकार से जब कि समकोण त्रिभुज के दो भुज के एकही सामान्य खंड हों तो यह खंड निकाल लिया जा सकता है और युक्ती १५ के नियमों के मुख्य संख्या में लगाने पर अंतिम फल पाने के लिये इस फल को ऊपर के सामान्य खंड से गुणा देंगे।

उदाहरण—किसी समकोण त्रिभुज में समकोण की गिर्द की भुजाएं १४०० और ४८०० फ़ीट क्रम से हैं तो कर्ण निकालो, २०० सामान्य खंड अलग करने पर ७ और २४ रहता है।

अब ७² + २४² = ६२५ = २५²

इसलिये कर्ण = २५ × २०० = ५००० फ़ीट

१९—किसी समकोण समद्विबाहु त्रिभुज की भुज म है तो कर्ण बताओ।

कर्ण = √(म² + म²) = √(२म²) = म √२

नियम—समकोण समद्विबाहु त्रिभुज का कर्ण भुज का √२ होता।

२०—समत्रिबाहु त्रिभुज के किसी एक कोण से सा भुज पर खींचे हुए लंब की लंबाई मालूम करना।

फ़र्ज़ करो कि अ ब स एक समत्रिबाहु त्रिभुज है और अ द लम्ब अ से ब स पर है।

मानलो कि अ ब = ब स = स अ = म, तो यह स्पष्ट ब द = द स = $\frac{1}{2}$ म, अब अ द^2 = अब^2 - ब द^2 = म^2 — ($\frac{1}{2}$म^2)=

$\therefore$ अ द = $\frac{\sqrt{3}}{2}$ म

नियम—समत्रिबाहु त्रिभुज की उँचाई = $\frac{\sqrt{3}}{2}$ × भुज

टिप्पणी—नीचे लिखे हुए फलों को कंठ करना चाहि

$\sqrt{२}$ = १.४१४२१३६

$\sqrt{३}$ = १.७३२०५०८

२१—यदि किसी वर्ग का कर्ण दिया हो तो उसका क्षेत्र निकालो।

युक्ती १९ से कर्ण = $\sqrt{२}$ × भुज

$\therefore$ भुज = $\frac{\text{कर्ण}}{\sqrt{२}}$

इसलिये क्षेत्रफल = (भुज)^2 = $\frac{1}{2}$ (कर्ण)^2।

नियम—वर्ग का क्षेत्रफल = $\frac{1}{2}$ × कर्ण का वर्गमूल।

∴ जब प और स+व दिया हो तो

$$स—व = \frac{प^2}{स+व}$$

और जब प और स—व दिया हो तो

$$स+व = \frac{प^2}{स—व}$$

स+व और स—व के जानने पर स और व पृथक पृथक मालूम करना बहुत सहल है क्योंकि

स = ½ {(स+व)+(स—व)} और व = ½ {(स+व)-(स-व)}

उदाहरण—अगर एक बांस ३२ हाथ लम्बा सम धरातल पर लगा हुआ हवा के झोंके से टूट कर १६ हाथ के फासिला पर उसकी फुनगी ज़मीन पर लगे तो बताओ कि जड़ से वह कै हाथ पर टूटा। (लीलावती) टूटने के बाद बांस शकल ४ में स व प की शकल का हो गया है।

तब स+व = ३२ प = १६ ∴ स—व = $\frac{१६ \times १६}{३२}$ = ८

∴ व = ½ (३२—८) = १२ हाथ

२४—कर्ण और भुजों का योग दिया हुआ है तो पृथक पृथक भुजों को निकालो।

अब यहां पर हम स और प+व जानते हैं।

अब २ स² —(प+व)² = २ (प² + व²)—(प+व)² = ...

... —व जाना जाता है।

... और प—व को जान कर प और व को पृथक ... करना सहल है जैसा कि युक्ती २३ में दिया है।

...—स = १७ और प+व = २३ तो प और व ...

उदाहरण—एक वर्ग बनाओ जिसका कि क्षेत्रफ
१३ वर्ग जरीब हो।
चूंकि १३=$३^{२}$+$२^{२}$ तो चाहे हुए वर्ग की भु
होगी उस समकोण त्रिभुज के कर्ण के जिसकी भुजाएं
और २ जरीब हैं।

परिभाषा—एकापवर्त्य राशि ऐसे होते हैं जे
प्रमाण रखते हैं जैसे कि ३ रे फ़ीट या ६ रे फ़ीट
क्योंकि ये दोनों २ इञ्च की लंबाई से ठीक ठीक न
जा सकते हैं। जब कि राशों के समान अपवर्तन न
एकापवर्त्य कहे जाते हैं।

अनेकापवर्त्य राशि (असमान परिमाण) के
(१) वर्ग की भुज और कर्ण।
(२) वृत्त के व्यास और परिधि।
(३) रेखागणित २-११ में विभक्त रेखा के

छठवां अभ्यास

—कोण त्रिभुज के कर्ण को निकालो
दिए हुए हैं—
(१) ८ इञ्च और ३ फ़ुट ४ इञ्च।
(२) ११ फ़ुट ८ इञ्च और १४ फ़ुट ३ इ
(३) ३१ फ़ुट ११ इञ्च और ३४ फ़ुट
(४) ११ फ़ुट और ८१ फ़ुट ९ इञ्च।
२—समकोण त्रिभुज के [illegible]
[illegible]
[illegible]
[illegible]

३—किसी समकोण त्रिभुज के भुज म^2—न^2 और २मन हैं तो कर्ण निकालो।

४—किसी एक त्रिकोणाकार क्षेत्र के दो भुज ८८ और ११० गज़ हैं और उनके अंतर्गत एक समकोण है तो क्षेत्रफल निकालो।

५—किसी एक समकोण त्रिभुज का कर्ण २२७·५ फ़ीट और आधार लम्ब का [illegible] वां हिस्सा है; त्रिभुज का क्षेत्रफल निकालो।

६—एक समत्रिबाहु त्रिभुज की परिमिति ७२० गज़ है तो उसका लम्ब निकालो।

७—किसी क्षेत्र के कर्ण जिसके सब भुज बराबर हैं १३१२ और १४२५ कड़ी हैं तो उसका क्षेत्रफल निकालो।

८—दो मनुष्य ९ बजे प्रातःकाल एकही जगह से चले। उनमें से एकने रेल से ठीक उत्तर को १ घण्टे में ३५ मील के हिसाब से और दूसरे ने ठीक पूरब को डाक से १ घण्टे में १२ मील के हिसाब से सफ़र किया तो उस दिन दोपहर को वे कितनी दूरी पर होंगे?

९—२० एकड़ वर्ग क्षेत्र में कर्ण मार्ग की लम्बाई को बताओ।

१०—किसी एक समकोण त्रिभुज के कर्ण और लम्ब ४१ और ४० के संबन्ध में हैं और क्षेत्रफल १८००० वर्ग गज़ है तो क्रम से आधार, लम्ब और कर्ण की लम्बाई बताओ।

११—एक विषमकोण समचतुर्भुजाकार क्षेत्र का क्षेत्रफल निकालो जिसके कर्ण ३० और ४० जरीब हैं।

१२—एक वर्ग का कर्ण ६० फ़ीट है तो उसका क्षेत्रफल वर्गगज़ में निकालो।

१३—एक वर्ग की भुज २५० गज़ है तो कर्ण की लम्बाई क्या है?

१४—एक मकान की चौड़ाई ६० फ़ीट है और चौरी के ऊपर के छाजन की ऊंचाई ११ फ़ीट है तो धरन की लम्बाई बताओ।

१५—८१ गज़ ऊंची खिड़की पर एक सीढ़ी लगाई गई है और उसका पाया दिवार के नज़दीक ९ फ़ीट से ज़्यादा नहीं रक्खा जा सकता है, तो कम से कम सीढ़ी की लम्बाई क्या होगी?

उदाहरण—एक वर्ग बनाओ जिसका कि क्षेत्रफल १३ वर्ग जरीब हो।

चूंकि १३ = $३^२ + २^२$ तो चाहे हुए वर्ग की भुज बराबर होगी उस समकोण त्रिभुज के कर्ण के जिसकी भुजाएं क्रम से ३ और २ जरीब हैं।

परिभाषा—एकापवर्त्य राशि ऐसे होते हैं जो कि समान प्रमाण रखते हैं जैसे कि ३ $\frac{१}{२}$ फ़ोट वो ६ $\frac{३}{४}$ फ़ोट एकापवर्त्य हैं क्योंकि ये दोनों २ इञ्च की लंबाई से ठीक ठीक अपवर्तित किये जा सकते हैं। जब कि राशों के समान अपवर्तन नहीं होते तो वे एकानपवर्त्य कहे जाते हैं।

एकानपवर्त्य राशि (असमान परिमाण) के उदाहरण

(१) वर्ग की भुज और कर्ण।

(२) वृत्त के व्यास और परिधि।

(३) रेखागणित २-११ में विभक्त रेखा के खंड।

छठवां अभ्यास

१—समकोण त्रिभुज के कर्ण को निक... से नीचे दिए हुए हैं—

(१) ९ इञ्च और ३ फ़ोट ४ इञ्च।

(२) ११ फ़ोट ८ इञ्च और १४

(३) ३७ फ़ोट ११ इञ्च और

(४) ५५ फ़ोट और ८२

२—समकोण त्रिभुज

कर्ण और दूसरी भ

(१)—५

इञ्च और ४०

(४) ८४

२४—किसी आयत का कर्ण ३२·५ गज़ है और उसका क्षेत्रफल २५२ वर्ग गज़ है तो उसका विस्तार क्या है ?

२५—किसी आयत का क्षेत्रफल ३३५४·१२ वर्ग फ़ोट और उसकी परिमिति २४८·६ फ़ोट है तो उसका विस्तार निकालो।

२६—दो जहाज़ एक ही बंदर से चले, एक १ घंटे में १० मील के हिसाब से ठीक दक्खिन की ओर और दूसरा १ घंटे में ४२ मील के हिसाब से ठीक पश्चिम को गया तो २४ घंटे के अंत में कितनी दूर का अन्तर होगा ?

२७ किसी समकोण त्रिभुज का क्षेत्रफल ३१०० वर्ग गज़ और उसका आधार ९.३१ फ़ोट है तो कर्ण निकालो।

२८—एक आयताकार क्षेत्र की लंबाई ११८४ फ़ोट और चौड़ाई १११३ फ़ोट है तो उसके कर्णमार्ग की लंबाई क्या होगी ?

२९—किसी विषमकोण सम चतुर्भुज की परिमिति २६० फ़ोट है और उसका कर्ण ३२ फ़ोट है तो क्षेत्रफल निकालो।

३०—एक तेली के कोल्हू का खड़ा धुरा इस तरह से गाड़ा गया है कि उसका केन्द्र दिवाल से ३१ हाथ की दूरी पर है। यदि उस के डंडे की लंबाई केन्द्र से ५ हाथ हो तो बताओ कि कितनी दिवाल खोद डाली जाय कि वह डण्डा सहलता से घूम सके ?

३१—एक कौए को एक स्थान क से दूसरे स्थान ख तक जाने में ६५ मील उड़ना पड़ता है। एक तीसरा स्थान ग, क स्थान से २८ मील ७ फरलांग के अन्तर पर है जो सरल रेखा क ख पर लंब है। और ग में कम से कम क्या अन्तर है ?

३२—किसी एक समकोण त्रिभुज का आधार ४ फ़ोट है और उसका क्षेत्रफल ११२० वर्ग इंच है तो कर्ण निकालो।

३३—किसी एक वर्ग का क्षेत्रफल २२·०९ वर्ग फ़ोट है। वर्ग के हर एक तरफ़ एक बिन्दु सबसे नज़दीक के कोण से १·२ फ़ोट दूरी पर लिया गया है कि इन बिन्दुओं को जोड़ने से जो क्षेत्र उत्पन्न हो सो वर्ग है तो इस वर्ग का क्षेत्रफल क्या होगा ?

३४—किसी समकोण त्रिभुज का क्षेत्रफल ७१४० वर्ग है और उसका कर्ण १६९ फ़ीट है तो भुजों को निकालो।

३५—किसी एक तालाब में हंस और सारसों के समूह ... हैं। एक बीता (½ हाथ) जल के ऊपर कमल की कली का ... भाग देखा गया कि हवा के झोंके से यह आगे बढ़ के दो हाथ अन्तर पर डूब गया तो पानी की गहराई बताओ। (लीलावती) [२३ वीं युक्ति को लगाओ]

३६—एक सर्प का बिल ९ हाथ ऊंचे खम्भे के नीचे है ... उसके सिरे पर एक मोर बैठा है। वह एक सांप को खम्भे के ... फासले पर बिल की तरफ़ सरसरा कर आते हुए देख कर ... पर तिरछे टूटा तो वह कै हाथ पर सर्प के बिल से मिले ... दोनों एक ही गति से चलते थे। (लीलावती)[२३वीं रीति से ...

३७—सौ हाथ ऊंचे पेड़ से एक बन्दर उतर कर एक ता... पर जो कि २०० हाथ की दूरी पर था गया। एक दूसरा ... उसी पेड़ के कुछ ऊंचाई पर से कूद कर कर्ण मार्ग से ... जगह पर गया। यदि इनके जाने की राह बराबर हो तो ... की ऊंचाई को बताओ। (लीलावती) [२३ वीं रीति से ...

३८—रेखागणित १ ४७ को लगा कर एक वर्ग बनाओ जिस का क्षेत्रफल ठीक १ एकड़ हो।

३९—किसी एक समकोण त्रिभुज के आधार और [illegible] के रूप में ११ और ११.२ दिए हैं तो [illegible] समद्विबाहु त्रिभुज [illegible] विस्तार और क्षेत्रफल बताओ जिसमें कि यह [illegible] सकता है।

४०—एक वर्ग और एक आयत की परिमिति बराबर है [illegible] सिद्ध करो कि वर्ग का क्षेत्रफल आयत के क्षेत्रफल से बड़ा [illegible]। [illegible]

तीसरा प्रकरण

त्रिभुज (प्रायः)

२७—किसी त्रिभुज का क्षेत्रफल—रेखागणित १-४१ से यदि समानान्तर चतुर्भुज और त्रिभुज एकही आधार पर हों और एकही समानान्तर रेखाओं के बीच में हों तो समानान्तर चतुर्भुज त्रिभुज का दुगना होता है।

मान लो कि अ ब स एक त्रिभुज है—न्यूनकोण समकोण या अधिककोण। चूंकि कम से कम दो न्यूनकोण अवश्य होता है, इसलिये मान लो कि ब उनमें से एक है।

अ सिरे से ब स आधार पर (बढ़ा हुआ यदि आवश्यक हो) अ द लंब खींचो। स कोण के न्यून सम या अधिक होने के अनुसार इसकी तीन घटना या अवस्था होती हैं।

अगर कोण स न्यून है तो द, ब और स के मध्य में पड़ेगा। अगर कोण स सम है तो द स को ढक लेगा और अगर कोण स अधिक है तो द ब स बढ़े हुए पर पड़ेगा।

इन तीनों घटनाओं में अ से ह फ समानान्तर ब स के खींचो और ब और स से ब ह और स फ समानान्तर अ द के खींचो। तब हर एक हालत में त्रिभुज अ ब स और समानान्तर चतुर्भुज ब ह फ स एकही आधार ब स पर और एक ही समानान्तर रेखाएं ब स और ह फ के दर्मियान हैं।

∴ त्रिभुज अ ब स = ½ समानान्तर चतुर्भुज ब इ फ स
= ½ × आयत ब इ फ स
= ½ × ब स × ब इ
= ½ × ब स × अ द
= ½ × (आधार × लंब)

नियम—त्रिभुज का क्षेत्रफल = ½ × आधार × लंब

नियम—लंब = $\frac{२ \times \text{क्षेत्रफल}}{\text{आधार}}$

नियम—आधार = $\frac{२ \times \text{क्षेत्रफल}}{\text{लंब}}$

उदाहरण १—किसी एक त्रिभुज का आधार २०·३ :
और उसका लंब ३९·६ जरीब है तो उसका क्षेत्रफल निका

क्षेत्रफल = ½ × २०·३ × ३९·६ = ४०१·९४ वर्ग जरीब

उदाहरण २—किसी एक त्रिभुजाकार खेत का क्षे
७ एकड़ है और उसका लंब १७५ गज़ है तो आधार निका

आधार = $\frac{२ \times ७ \times ४८४०}{१७५}$ = ३८७½ गज़

२८—समत्रिबाहु त्रिभुज का क्षेत्रफल—युक्ति २०

समत्रिबाहु त्रिभुज की उंचाई = $\frac{\sqrt{३}}{२}$ × आधार।

इसलिये क्षेत्रफल = ½ × आधार × $\frac{\sqrt{३}}{२}$ × आधार

= $\frac{\sqrt{३}}{४}$ × (आधार)²

नियम—समत्रिबाहु त्रिभुज का क्षेत्रफल =
× भुज का वर्ग।

∴ त्रिभुज अ य स = ½ समानान्तर चतुर्भुज य इ ए
= ½ × आयत य इ फ स
= ½ × य स × य इ
= ½ × य स × अ द
= ½ × (आधार × लंब)

नियम—त्रिभुज का क्षेत्रफल = ½ × आधार × लंब

नियम—लंब = $\frac{२ \times \text{क्षेत्रफल}}{\text{आधार}}$

नियम—आधार = $\frac{२ \times \text{क्षेत्रफल}}{\text{लंब}}$

उदाहरण १—किसी एक त्रिभुज का आधार २०·३ और उसका लंब ३९·६ जरीब है तो उसका क्षेत्रफल निका

क्षेत्रफल = ½ × २०·३ × ३९·६ = ४०१·९४ वर्ग जरीब

उदाहरण २—किसी एक त्रिभुजाक
७ एकड़ है और उसका लंब १७५ गज़

आधार = $\frac{२ \times ७ \times ४८४०}{१७५}$ = ३८

२८—समत्रिबाहु त्रिभुज

समत्रिबाहु त्रिभुज की ऊंचा

इसलिये क्षेत्रफल—

नियम

$\frac{\sqrt{३}}{४}$ × भुज

$$=\frac{\left\{(स+अ)^2-ब^2\right\}\left\{ब^2-(स-अ)^2\right\}}{४ अ^2}$$

$$=\frac{(अ+ब+स)\ (स+अ-ब)\ (ब+स-अ)\ (ब-स}{४ अ^2}$$

इसलिये

$$ह=\frac{१}{२अ}\sqrt{(अ+ब+स)(-अ+ब+स)(अ-ब+स)(अ+ब-}$$

$$=\frac{१}{२अ}\sqrt{२\ श\times२\ (श-अ)\times२\ (श-ब)\times२\ (श-}$$

$$=\frac{२}{अ}\sqrt{श\ (श-अ)\ (श-ब)\ (श-स)}$$

३१—त्रिभुज का क्षेत्रफल जब कि तीनों भुज दी हो

युक्ति २७ से त्रिभुज अ ब स का क्षेत्रफल $=\frac{१}{२}अ\times ह$

$$=\ \frac{१}{२}अ\times\frac{२}{अ}\sqrt{श\ (श-अ)\ (श-ब)\ (श-स)}$$

$$=\ \sqrt{श\ (श-अ)\ (श-ब)\ (श-स)}$$

नियम—तीनों भुजों के जोड़ के आधे में से हर एक भुज को अलग अलग घटाओ तब आधे जोड़ और तीनों शेषों को एकत्र गुणा करो तो गुणनफल का वर्गमूल चाहा हुआ क्षेत्रफल प्राप्त होगा।

उदाहरण—उस त्रिभुज का क्षेत्रफल क्या है जिसके भुज क्रम से २२१, ३४६ और ५२५ गज़ हैं?

∴ २१×८×७×६=२^२×२^२×३^२×७^२

इसलिये क्षेत्रफल=२००^२ ×२×२× ३ ×७=३३६

सातवां अभ्यास

१—नीचे लिखे हुए त्रिभुजों का क्षेत्रफल निकालेा।

(१) अ = ४ फ़ोट व = १३ फ़ोट स = १५ फ़ोट

(२) अ = ३९ गज़ व = ६२ गज़ स = ८५ गज़

(३) अ = ४०९ कड़ो व = १६९ कड़ो स = ५१० कड़ी

(४) अ = २७१ फ़ोट व = ४८ गज़ स = २२१ फ़ोट

(५) अ = ३१४० फ़ोट व = १३६५ फ़ोट स = २१२५ फ़ोट

(६) अ = ४८५० कड़ी व = १८८२०० कड़ी स = १९१०७० कड़ी

२—नीचे दिए हुए त्रिभुजों का क्षेत्रफल दशमलव के स्थान तक ठोक ठोक निकालेा।

(१) अ = ४ व = ५ स = ७

(२) अ = १४ व = २५ स = ३१

(३) अ = ३० व = ९७ स = १२१

(४) अ = १४१ व = २९४ स = ३७१

३३—अपालोनियस के प्रमेयें।

परिभाषा—किसी त्रिभुज के एक कोण से एक खींची रेखा सामने के भुज के मध्यविन्दु तक त्रिभुज का मिडिय कहलाती है।

प्रमेय १—किसी त्रिभुज में किसी दो भुजों पर के वर्ग योग बराबर है तीसरे भुज के आधे पर के दूने वर्ग और मिडियन पर के दूने वर्ग के जो कि तीसरी भुज को दो बरा हिस्सों में विभाग करता है।

चूंकि $१५^२ = २२५$ और $७^२ + १०^२ = १४९, १५^२ >$ ...
इसलिये १५ के सामने का कोन अधिक कोन है।

उदाहरण २—नीचे लिखे हुए त्रिभुजों को यथार्थ...
न्यूनकोन, अधिककोन में रक्खो—

(१) १३, १४, १५ (२) १०, ३५, ३९ (३) ७, ...
(४) ६५, ७२, ९७ (५) १३, १५, १८ ...

आठवां अभ्यास

१—एक समत्रिबाहु त्रिभुज का क्षेत्रफल निकालो जि...
भुज २५० फ़ीट है।

२—एक त्रिभुज का क्षेत्रफल बताओ जिसका आधा...
फ़ीट ४ इञ्च और लम्ब ४२ फ़ीट ९ इञ्च है।

३—त्रिभुजाकार क्षेत्र का क्षेत्रफल निकालो जिसके...
२००, ३०० और ४०० जरीब हैं।

४—एक त्रिभुजाकार क्षेत्र के एक भुज की लंबाई १७...
है और इस भुज पर लंब सामने के कोन से ८४ गज़ है तो ...
का क्षेत्रफल निकालो।

५—एक समद्विबाहु त्रिभुज का क्षेत्रफल क्या है, जिस...
आधार ६६ फ़ीट और प्रत्येक बराबर भुज ६५ फ़ीट है।

६—एक त्रिभुज का क्षेत्रफल ६९४८३० वर्ग फ़ीट है ...
आधार ३८० गज़ है तो उंचाई क्या है?

७—एक त्रिकोण खेत में एकड़ की संख्या बताओ, जिस...
भुज ३४००, ६१०० और ७५०० कड़ी हैं।

८—एक समत्रिबाहु त्रिभुज की परिमिति ७२ फ़ीट है ...
रक़बा दरयाफ़्त करो।

९—एक धान के त्रिकोण खेत की तीनों भुज क्रम से ३१...
१० और ५५० जरीब हैं तो फ़ी एकड़ ३ रु० ८ आने के हिसा...
उसके काटने का ख़र्च बताओ।

१०—एक त्रिकोण अनाज के क्षेत्र को जिसका आधार ६०९ फ़ीट है २ आने फ़ी वर्ग गज़ के हिसाब से बेचे जाने पर ७६१२ रु० ८ आना वसूल हुए तो त्रिभुज की उंचाई बताओ।

११—एक समद्विबाहु त्रिभुज की प्रत्येक बराबर भुज ५६९ गज़ है और सिरे से लंब तीसरे भुज पर ५२० गज़ है तो त्रिभुज का क्षेत्रफल निकालो।

१२—एक समत्रिबाहु त्रिभुज का लंब १०० फ़ीट है तो क्षेत्रफल निकालो।

१३—यदि एक समत्रिबाहु त्रिभुज के लंब के स्थान में क हो तो सिद्ध करो कि रक़बा $\frac{\sqrt{3}\,क^2}{3}$ है।

१४—एक त्रिभुज के जिसके भुज क्रम से ४५, ८५ और १०४ फ़ीट हैं और उसी परिमिति के समत्रिबाहु त्रिभुज के क्षेत्रफलों में अंतर बताओ।

१५—एक समद्विबाहु त्रिभुज का क्षेत्रफल १३३९८० वर्ग फ़ीट है और सिरे से आधार पर लंब ४३५ फ़ीट है तो त्रिभुज के भुजों को निकालो।

१६—अ ब स त्रिभुज की भुजाएं ब स, स अ और अ ब क्रम से २८ और ६५ और ८७ फ़ीट हैं। ब से लंब जो कि एक बिन्दु ब स में है ब अ भुज पर १० फ़ीट है तो ब से स अ पर लंब की लंबाई निकालो।

१७—अ ब स त्रिभुज में ब स = १३, स अ = १४ और अ ब = १५, त्रिभुज के भीतर प एक बिन्दु है और प द और प इ और प फ, प से ब स और स अ और अ ब पर लंब हैं, अगर प द = ३ और प इ = ४ हो तो प फ को दर्याफ़्त करो।

१८—एक समत्रिबाहु त्रिभुज का भुज निकालो जिसका क्षेत्रफल ५ एकड़ है, इसका फ़ीट में जवाब दो।

१९—एक त्रिकोण क्षेत्र ३६३ गज़ लंबा और २४० गज़ ... रूप में ३६ पौंड सालाने की आमदनी पैदा करै तो फ़ी ... किस हिसाब से सौदा गया।

२०—एक जगह में जहां ४० पौण्ड एकड़ के हिसाब से ज़मीन मिलती है ३०० पौन्ड का एक त्रिकोण क्षेत्र ख़रीदा गया जिसका एक भुज ३०२ गज़ १ फ़ुट ६ इंच माप में ठहरो तो इस त्रिभुज की उंचाई गज़ में निकालो।

२१—एक त्रिभुज के भुज ३४० वो ६५ वो २९७ फ़ीट हैं ... वर्ग पर्च (पोल) में क्षेत्रफल बताओ।

२२—एक त्रिकोण क्षेत्र फ़ी एकड़ ५ पौन्ड ११ शि० ६१ ... के हिसाब से १२ पौन्ड पर सौदा गया है, एक भुज ७३८ ... है, इस भुज पर का लंब सामने के कोण से सब से नज़दीक ... कड़ी तक निकालो।

२३—एक त्रिकोण क्षेत्र के भुज २६००, ३१५० और ... फ़ीट हैं तो एकड़ में रक़बा निकालो।

२४—एक त्रिभुज के भुज १०२ वो १०४ वो १०६ फ़ीट हैं ... वर्ग जरीब वो कड़ी में जवाब निकालो।

२५—एक त्रिभुज के भुज १३, १४, १५ फ़ीट हैं तो ... करो कि इसके बिलकुल कोन न्यून हैं और सामने के कोण ... १४ फ़ीट के भुज पर का लंब निकालो।

२६—एक त्रिभुज के भुज १२००, १४५०, १६५० फ़ीट हैं ... वर्ग गज़ में क्षेत्रफल निकालो।

२७—एक त्रिकोण चौक का एक भुज ९८ फ़ीट है और ... य से उस पर का लंब ६३ फ़ीट है तो फ़ी वर्ग गज़ ... ३ आने० पाई के हिसाब से उस पर पत्थर की ... में कितना ख़र्च पड़ेगा।

२८—एक समद्विबाहु त्रिभुज के शकल के आंगन में पत्थर ... बिछवाने में ४ आना फ़ी वर्ग फ़ुट के हिसाब से ९५१ ...

वे पड़ता है अगर आधार ४० गज़ लंबा हो तो हर एक बराबर भुज की लंबाई निकालो।

२९—एक समत्रिबाहु त्रिभुज में कंकड़ पिटाने में फ़ी वर्गफ़ुट आने के हिसाब से उतना ख़र्च लगता है जितना उसके घेरने को गज़ ७ रु० ८ आने के हिसाब से ख़र्च होता है तो त्रिभुज की भुज निकालो।

३०—एक वर्ग की भुज निकालो जो कि क्षेत्रफल में एक त्रिभुज के क्षेत्रफल के जिसकी भुज १५२०, १७००, और २८९० फ़ीट हैं बराबर होगा।

३१—एक समद्विबाहु त्रिभुज का क्षेत्रफल निकालो जिसका आधार २०४० फ़ीट और हर एक बराबर भुज ५१५१ फ़ीट है।

३२—एक समद्विबाहु त्रिभुज का क्षेत्रफल निकालो जिसका आधार २९६ फ़ीट है और हर एक बराबर भुज १७५ फ़ीट है।

३३—एक समद्विबाहु त्रिभुज के हर एक बराबर भुज ५९३ गज़ हैं और सिरे के कोन से आधार पर लम्ब ३६८ गज़ है तो त्रिभुज का क्षेत्रफल निकालो।

३४—एक समद्विबाहु त्रिभुज का क्षेत्रफल ३१२० वर्ग फ़ीट है और सिरे के कोन से आधार पर खींचा हुआ लम्ब ८० फ़ीट है तो त्रिभुज के सब भुजों को निकालो।

३५—एक त्रिभुज के जिसके भुज क्रम से ५२०, ७३० और ७५० फ़ीट हैं और उसी परिमिति के समत्रिबाहु त्रिभुज के क्षेत्रफलों में अन्तर बताओ।

३६—एक त्रिभुज का क्षेत्रफल २१५८८.७५ वर्ग फ़ीट है और उसकी ऊंचाई १२६ फ़ीट ३ इंच है तो आधार क्या है।

३७—नीचे दिए हुए त्रिभुजों को यथायोग्य अधिक कोन, सम-कोन और न्यूनकोन में रक्खो।

(१) ३०१, ९९०, ९०१	(२) ८०, १२३, १२५
(३) ११६, १८१, २२५	(४) १५७, १६५, १८४
(५) ३१५, ५७२, ६५३	(६) २६, ११, १५

१९—एक त्रिकोण क्षेत्र ३६३ गज़ लंबा और २४० ग
रूप में ३६ पौंड सालाने की आमदनी पैदा करै तो फ़ी
किस हिसाब से सौजा गया।

२०—एक जगह में जहां ४० पैाण्ड एकड़ के हिसाब से
मिलती है ३०० पैान्ड का एक त्रिकोण क्षेत्र ख़रीदा गया जि
एक भुज ३०२ गज़ १ फ़ुट ६ इंच माप में ठहरो तो इस त्रि
की उंचाई गज़ में निकालो।

२१—एक त्रिभुज के भुज ३४० वो ६५ वो २९७ फ़ोट
वर्ग पर्च (पोल) में क्षेत्रफल बताओ।

२२—एक त्रिकोण क्षेत्र फ़ी एकड़ ५ पैान्ड ११ शि० ६
के हिसाब से १२ पैान्ड पर सौजा गया है, एक भुज ७३८
है, इस भुज पर का लंब सामने के कोण से सब से नज़दीक
कड़ी तक निकालो।

२३—एक त्रिकोण क्षेत्र के भुज २६००, ३१५० और २१
फ़ीट हैं तो एकड़ में रक़बा निकालो।

२४—एक त्रिभुज के भुज १०२ वो १०४ वो १०६ फ़ीट हैं
वर्ग जरीब वो कड़ी में जवाब निकालो।

२५—एक त्रिभुज के भुज १३, १४, १५ फ़ीट हैं तो साबित
करो कि इसके बिलकुल कोन न्यून हैं और सामने के कोण
१४ फ़ीट के भुज पर का लंब निकालो।

२६—एक त्रिभुज के भुज १२००, १४५०, १६५० फ़ीट हैं
वर्ग गज़ में क्षेत्रफल निकालो।

२७—एक त्रिकोण चैाक का एक भुज ९८ फ़ीट है और सामने
के कोण से उस पर का लंब ६३ फ़ीट है तो फ़ी वर्ग गज़ दो
रुपए ३ आने० पाई के हिसाब से उस पर पत्थर की पटिया
बिछवाने में कितना ख़र्च पड़ेगा।

२८—एक समद्विबाहु त्रिभुज के शकल के आंगन में पत्थर की
पटिया बिछवाने में ४ आना फ़ी वर्ग फ़ुट के हिसाब से ९४५ रु०

ख़र्च पड़ता है अगर आधार ४० गज़ लंबा हो तो हर एक बराबर भुज की लंबाई निकालो।

२९—एक समद्विबाहु त्रिभुज में कंकड़ पिटाने में फ़ी वर्गफ़ुट ६ आने के हिसाब से उतना ख़र्च लगता है जितना उसके घेरने में फ़ी गज़ ७ रु० ८ आने के हिसाब से ख़र्च होता है तो त्रिभुज की भुज निकालो।

३०—एक वर्ग की भुज निकालो जो कि क्षेत्रफल में एक त्रिभुज के क्षेत्रफल के जिसकी भुज १५३०, १७००, और २८९० फ़ीट हैं बराबर होगा।

३१—एक समद्विबाहु त्रिभुज का क्षेत्रफल निकालो जिसका आधार २०४० फ़ीट और हर एक बराबर भुज ५१५१ फ़ीट है।

३२—एक समद्विबाहु त्रिभुज का क्षेत्रफल निकालो जिसका आधार २९६ फ़ीट है और हर एक बराबर भुज १७५ फ़ीट है।

३३—एक समद्विबाहु त्रिभुज के हर एक बराबर भुज ५९३ गज़ हैं और सिरे के कोन से आधार पर लम्ब ३६८ गज़ है तो त्रिभुज का क्षेत्रफल निकालो।

३४—एक समद्विबाहु त्रिभुज का क्षेत्रफल ३१२० वर्ग फ़ीट है और सिरे के कोन से आधार पर खींचा हुआ लम्ब ८० फ़ीट है तो त्रिभुज के सब भुजों को निकालो।

३५—एक त्रिभुज के जिसके भुज क्रम से ५२०, ७३० और ७५० फ़ीट हैं और उसी परिमिति के समद्विबाहु त्रिभुज के क्षेत्रफलों में अन्तर बताओ।

३६—एक त्रिभुज का क्षेत्रफल २१५८८.७५ वर्ग फ़ीट है और उसकी उंचाई १२६ फ़ीट ३ इंच है तो आधार क्या है।

३७—नीचे दिए हुए त्रिभुजों को यथाक्रम अधिक कोन, समकोन और न्यूनकोन में रक्खो।

(१) २०१, ९००, ९०१ (२) ८०, १२२, १२५

(३) ११६, १८१, २२५ (४) १५७, १६६, १८४

(५) ३१५, ५३२, ६५३ (६) ३६, ६१, ६५

३८—त्रिभुज के तीनों मिडियन की लंबाई बताओ जिसकी भुजाएं क्रम से २०, ५१ वेा ६५ फ़ीट हैं।

३९—एक त्रिभुज के तीनों भुज २५, १०१ वेा ११४ हैं, उन हिस्सों के निकालेा जिनमें सामने के कोण से गिराया हुआ लम्ब सब से बड़ी भुजा केा विभाग करता है।

४०—एक त्रिकेान क्षेत्र के भुज क्रम से २१७, ४०४ वेा ४ फ़ीट हैं, हर एक केान से सामने के भुज तक सब से कम दूरी केा निकालेा।

४१—उस त्रिभुज के भुजेां के मध्य बिन्दुओं के जोड़ने से बने हुए त्रिभुज का क्षेत्रफल निकालेा जिसके भुज क्रम से ९९ वेा १०० फ़ीट हैं।

४२—एक वर्ग का भुज १२५ फ़ीट है, एक बिन्दु वर्ग के भीतर लिया गया है जेा कि किसी भुज की सीमा से क्रम से फ़ीट वेा ११७ फ़ीट के दूरी पर हैं, वर्ग के चारेां केानेां तक उस बिन्दु के जेाड़ने से बने हुए चारेां त्रिभुजेां का क्षेत्रफल निकालेा।

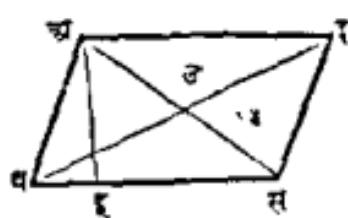
चैाथा प्रकरण

समानान्तर चतुर्भुज।

३६—गुण—(१) समानान्तर चतुर्भुज के सामने के भुज वेा केान बराबर होते हैं, (२) कर्ण उसे दो त्रिभुजों में विभाग करता है जिनके क्षेत्रफल बराबर होते हैं, (३) कर्ण एक दूसरे केा बराबर दो भाग करते हैं।

कल्पना करेा कि अ ब स द एक समानान्तर चतुर्भुज है, कर्ण एक दूसरे केा उ बिन्दु पर दो समान भाग करते हैं, ब स पर अ इ लम्ब खींचा।

शकल १३

फ़र्ज़ करो कि
ब स = द अ = क
अ ब = स द = ख
अ स = घ, ब द = द
अ ई = ह

३७—समानान्तर चतुर्भुज का क्षेत्रफल—

क्योंकि कर्ण अ स समानान्तर चतुर्भुज अ ब स द को बराबर त्रिभुजों अ ब स और अ स द में विभाग करता है।

अ ब स द का क्षेत्रफल = २ × अ ब स त्रिभुज का क्षेत्रफल
= २ × ½ × ब स × अ ई
= ब स × अ ई = क ह

नियम—

समानान्तर चतुर्भुज का क्षेत्रफल = आधार × लम्ब ।

निरूपण—इस तरह पर हम समानान्तर चतुर्भुज के क्षेत्रफल को निकाल सकते हैं अगर हमको एक भुज और उसपर सामने के भुज में से किसी एक विन्दु से लम्ब दिए हों। दूसरी अवस्था ये हैं जिनमें हम उसी तौर पर समानान्तर चतुर्भुज का क्षेत्रफल सहल से निकाल सकते हैं। मानलो कि अवस्था यह है जिसमें दो पास की भुजाएं और कर्ण दिए हुए हैं। यहां पर हम युक्ति ३१ से एक त्रिभुज का क्षेत्रफल निकालते हैं, और फल को दूना कर देते हैं। इस प्रकार से शकल १३ में यदि हमको अ ब, ब स और स अ मालूम हैं तो हम अ ब स त्रिभुज का क्षेत्रफल जान लेते हैं और समानान्तर चतुर्भुज के क्षेत्रफल को पाने के लिये इस क्षेत्रफल को दूना कर देते हैं। फिर अगर हमको दो कर्ण अ स और ब द और एक भुज जैसे अ ब दिए हों तो हम अ ब स द का क्षेत्रफल निकाल सकते हैं।

क्योंकि अ उ = ½ अ स, व उ = ½ व द

अब अ व उ त्रिभुज के तीनों भुजों को हम जा
इसलिये उसके क्षेत्रफल को निकाल सकते हैं और
चतुर्भुज का क्षेत्रफल अ व उ के क्षेत्रफल से चौगुण

उदाहरण १—शकल १३ में व स = ७२६ फ़ीट; अ
फ़ीट, तो अ व स द का क्षेत्रफल निकालो।

क्षेत्रफल = ७२६ × २५ = १८१५० वर्गफ़ीट

उदाहरण २—शकल १३ में अ व = ३४, व स =
व द = ७५, तो अ व स द का रक़बा निकालो।

अब त्रिभुज अ व द में अ व = ३४, व द = ७५ और द

∴ अ व द का रक़बा = १०२० (युक्ति ३१)

इस लिये रक़बा अ व स द = २ × १०२० = २०४०

उदाहरण ३—शकल १३ में अ स = ५०, व द = ५
व स = ३६, तो अ व स द का क्षेत्रफल निकालो।

यहां व उ स त्रिभुज में व उ = २९, स उ = २५, और व

∴ व उ स का क्षेत्रफल = ३६० [युक्ति ३१]

इसलिये अ व स द का क्षेत्रफल = ४ × ३६० = १४४०

नौवां अभ्यास

१—एक समानान्तर चतुर्भुज का एक भुज ५२५ फ़ीट
सामने के भुज से लम्ब २२५ फ़ीट है तो वर्ग गज़ में क्षेत्र
दर्याफ़्त करो।

समानान्तर चतुर्भुज जिसके भुजों की लम्बाई
है और उसका कर्ण २५ फ़ीट लम्बा है, तो दू
बताओ।

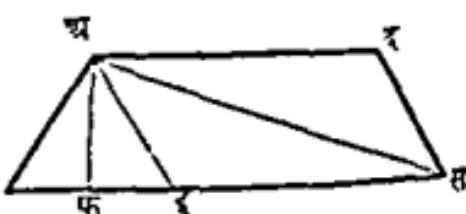
१६—एक समानान्तर चतुर्भुज के आसन्न भुज १२० फ़ीट
१८० फ़ीट हैं और उसका क्षेत्रफल उसी परिमिति के वर्ग
क्षेत्रफल का आधा है तो समानान्तर चतुर्भुज के दो लंबों
बताओ।

पाचवां प्रकरण

समलंब

३८——परिभाषा—समलंब के ४ भुज और केवल आमने
ने के दो भुज समानान्तर होते हैं।

शकल १४

कल्पना करो कि
स द एक समलंब है
की भुजाएं ब स और द अ
नान्तर हैं अ स मिलाओ
स द के समानान्तर अ ई
ो और अ से ब स पर अ फ लंब डालो।

अब अ ब स द समलंब का क्षेत्रफल
= अ ब स त्रिभुज का क्षेत्रफल + अ स द त्रिभुज का क्षेत्रफल।
= ½ ब स × अ फ + ½ अ द × अ फ (चूंकि अ फ दोनों त्रिभुजों का लंब है)
= ½ (ब स + अ द) × अ फ

नियम——समलंब का क्षेत्रफल = समानान्तर भुजों
ोग के आधे को उनके बीच के लम्बरूप दूरी से
ा करने से।

३९—अ ब, ब स, स द और द अ की लम्बाई दी हुई है, अ फ की लम्बाई निकालना है जो कि समानान्तर भुजों के मध्य लम्ब होती है।

मान लो कि ब स = अ, स द = ब, द अ = स और अ ब = द

तो अ ई = ब, ब ई = अ—स

मानलो कि २ क = अ ब + ब ई + ई अ = द + अ — स + ब;

अब युक्ति ३० से अ फ

$$= \frac{\text{२}}{\text{ब ई}} \sqrt{\text{क}\,(\text{क}-\text{अ ब})\,(\text{क}-\text{ब ई})\,(\text{क}-\text{अ ई})}$$

$$= \frac{\text{२}}{\text{अ}-\text{स}} \sqrt{\text{क}\,(\text{क}-\text{द})\,(\text{क}-\text{अ}+\text{स})\,(\text{क}-\text{ब})}$$

$$= \frac{\text{२}}{\text{अ}-\text{स}} \sqrt{\frac{(\text{अ}+\text{ब}-\text{स}+\text{द})}{\text{२}}\,\frac{(\text{अ}+\text{ब}-\text{स}-\text{द})}{\text{२}}\,\frac{(\text{ब}+\text{स}+\text{द}-\text{अ})}{\text{२}}\,\frac{(\text{अ}\ \text{ब}-\text{स}+\text{द})}{\text{२}}}$$

$$= \frac{\text{१}}{\text{२}(\text{अ}-\text{स})} \sqrt{(\text{अ}+\text{ब}-\text{स}+\text{द}\,(\text{अ}+\text{ब}-\text{स}-\text{द})(-\text{अ}+\text{ब}+\text{स}+\text{द})(\text{अ}-\text{ब}-\text{स}+\text{द})}$$

इसलिये समलम्ब का क्षेत्रफल

$$= \tfrac{\text{१}}{\text{२}}\text{अ फ}\,(\text{ब स}+\text{अ द})$$

$$= \tfrac{\text{१}}{\text{४}} \frac{\text{अ}+\text{स}}{\text{अ}-\text{स}} \sqrt{(-\text{अ}+\text{ब}+\text{स}+\text{द})(\text{अ}-\text{ब}-\text{स}+\text{द})(\text{अ}+\text{ब}-\text{स}+\text{द})(\text{अ}+\text{ब}-\text{स}-\text{द})}$$

इस प्रकार से हम समलम्ब का क्षेत्रफल निकाल सकते हैं जब कि हमको चारों भुज दिए हों।

निरूपण—यदि स = ० हो तो हमको एक त्रिभुज का क्षेत्रफल मिलता है-क्योंकि इस अवस्था में अ द लुप्त हो जाता है और अ और द मिल जाते हैं और समलम्ब त्रिभुज हो जाता है।

उदाहरण १—एक समलम्ब का क्षेत्रफल निकालो जिसकी समानान्तर भुजाएं ३५ फ़ीट और २५ फ़ीट हैं और उनमें लम्ब रूप दूरी २८ फ़ीट है।

क्षेत्रफल = ½ (३५+२५) × २८ = ८४० वर्ग फ़ीट।

१६—एक समानान्तर चतुर्भुज के आसन्न भुज १२० फ़ीट और १८० फ़ीट हैं और उसका क्षेत्रफल उसी परिमिति के वर्ग के क्षेत्रफल का आधा है तो समानान्तर चतुर्भुज के दो लंबों को बताओ।

पाचवां प्रकरण

समलंब

३८—परिभाषा—समलंब के ४ भुज और केवल आमने सामने के दो भुज समानान्तर होते हैं।

शक्ल १४

कल्पना करो कि अ ब स द एक समलंब है जिसकी भुजाएं ब स और द अ समानान्तर हैं अ स मिलाओ अ से स द के समानान्तर अ ई खींचो और अ से ब स पर अ फ लंब डालो।

अब अ ब स द समलंब का क्षेत्रफल

= अ ब स त्रिभुज का क्षेत्रफल + अ स द त्रिभुज का क्षेत्रफल।

= $\frac{1}{2}$ ब स × अ फ + $\frac{1}{2}$ अ द × अ फ (चूंकि अ फ दोनों त्रिभुजों का लंब है)

= $\frac{1}{2}$ (ब स + अ द) × अ फ

नियम—समलंब का क्षेत्रफल = समानान्तर भुजों के योग के आधे को उनके बीच के लम्बरूप दूरी से गुणा करने से।

उदाहरण २—एक समलम्ब की भुजायें २७ और ४१ फ़ुट हैं और दूसरे भुज १३ और १५ फ़ीट तो क्षेत्रफल बताओ।

यहां अ = ४१, ब = १५, स = २७, द = १३

क्षेत्रफल के ऊपर की विधि में इसको स्थापित करने से पाते हैं कि—

$$\text{क्षेत्रफल} = \frac{१}{४} \times \frac{४१+२७}{४१-२७}\sqrt{(-४१+१५+२७+१३)(४१-१५-२७+१३)(४१+१५-२७+१३)(४१+१५-२७-१३)}$$

$$= \frac{१}{४} \times \frac{६८}{१४} \times \sqrt{१४ \times १२ \times ४२ \times १६}$$

$$= \frac{१}{४} \times \frac{६८}{१४} \times १४ \times ३ \times ८ = \underline{४०८} \text{ वर्ग फ़ीट।}$$

दूसरी रीति—शकल १४ में ब स = ४१, ग्र द = २७,

∴ ब इ = १४ वो ग्र ब = १३, अ इ = १५

इसलिये ग्र ब इ त्रिभुज का क्षेत्रफल

$$= ८४ \text{ वर्ग फ़ीट (युक्ति ३०) और ग्र फ} = \frac{२ \times ८४}{१४} = १२$$

∴ ग्र इ स द समानान्तर चतुर्भुज का क्षेत्रफल

$$= इ स \times ग्र फ = २७ \times १२ = ३२४$$

इन क्षेत्रफलों को जोड़ देने से ग्र ब स द का क्षेत्रफल = ८४ + ३२४ = <u>४०८</u> वर्ग फ़ीट।

टिप्पणी—शकल १४ में यह रेखा जो कि ग्र ब और ग्र स के मध्य बिन्दुओं को जोड़ती है ब स के समानान्तर और ब स की आधी है और उसी तौर पर यह रेखा जो ग्र स और द स के मध्य बिन्दुओं को जोड़ती है ग्र द (याने ब इ) के समानान्तर और ग्र द की आधी है, इसलिये वह रेखा जो अ ब और स द के मध्य बिन्दुओं को जोड़ती है अ द या ब स के समानान्तर और अ द और ब स के आधे योग के बराबर है।

दसवां अभ्यास

१—एक चतुर्भुज क्षेत्र की दो समानान्तर भुजाएं क्रम से ७'१ और १३२५ कड़ी लंबाई में हैं और उनके मध्य का लंबरूप सिला ५२४ कड़ी है तो इसका क्षेत्रफल बताओ।

२—७'१ रु० फ़ी एकड़ के हिसाब से एक समलंब के शकल । क्षेत्र की क़ीमत निकालो जिसकी समानान्तर भुज ३७५२८ ट और ४२४७२ फ़ीट है और उनके मध्य में लंब की दूरी ,६९१ फ़ीट है।

३—एक तख़्ते में कितने वर्ग फ़ीट हैं जिसकी लंबाई १६ ीट ८ इंच और दोनों किनारों की चौड़ाई २$\frac{1}{4}$ फ़ीट और२$\frac{3}{4}$ ीट है।

४—एक समलंब का क्षेत्रफल निकालो जिसकी समानान्तर ुज ४८ और ६० फ़ीट हैं और दूसरे भुज ५५ और ६५ फ़ीट हैं।

५—एक समलंब के समानान्तर भुज ७७४०० और १४०४०० ीट हैं और दूसरे भुज २५००० और ५२००० फ़ीट हैं तो वर्ग ील में रक़बा निकालो।

६—एक समलंब का क्षेत्रफल ४७५ वर्ग फ़ीट है और दोनों मानान्तर रेखाओं के मध्य में लंब की दूरी १९ फ़ीटहै तो दोनों मानान्तर भुजों को निकालो जिनका अंतर ४ फ़ीट है।

७—एक समलंब का क्षेत्रफल ३$\frac{1}{2}$ एकड़ है और दो समानान्तर भुजों का योग २९७ गज़ है तो उनके मध्य की लंब रूप दूरी निकालो।

८—एक समलंब का क्षेत्रफल निकालो जिसके भुज क्रम से १३ वो ११ वो १५ वो २५ हैं और दूसरा चौथे का समानान्तर है।

९—एक समलंब का क्षेत्रफल २·५ एकड़ है और समानान्तर भुजों का योग १२५० कड़ी हैं तो समानान्तर भुजों के मध्य का लम्ब निकालो।

१०—एक अ ब स द समलंब जिसके समानान्तर भुज अ ब
द स क्रम से ३७ और २३ फ़ोट हैं, स बिन्दु से स इ रेखा अ ब
इ बिन्दु तक खींची गई है जो समलंब को दो भागों में विभा
करती है तो अ इ की लंबाई बताओ।

११—अ ब स द एक चतुर्भुज शकल है, अ ब, स द के समा
नान्तर है और अ ब=ब स=द अ=२०५ फ़ोट और स द=५१
फ़ोट तो क्षेत्रफल क्या है।

१२—एक समलंब के भुज २०४, ३६९, ३२५ और ११६ गज़
हैं और दूसरा चौथे के समानान्तर है। सिद्ध करो कि पहिले दो
से अंतर्गत कोन समकोन है और क्षेत्रफल निकालो।

१३—एक मकान का अंत समलंब के शकल का है और सामने
की दीवार २६ फ़ोट है और पीछे की दीवार ३४ फ़ोट ऊंची है
और दीवारों में फ़ासिला १८ फ़ोट है तो अंत का क्षेत्रफल
निकालो।

१४—एक चतुर्भुज क्षेत्र के दो भुज बराबर और दूसरे दो
भुज समानान्तर हैं, बराबर भुज प्रत्येक १०० फ़ोट हैं, और समा-
नान्तर भुज क्रम से ६०० और ७६० फ़ोट हैं तो रक़बा दर्याफ़्त
करो।

१५—एक समलंब के असमानान्तर भुजों के मध्य बिन्दुओं
को जोड़ने वाली रेखा ३६७ गज़ है और समानान्तर भुजों के मध्य
की दूरी २५० गज़ है तो क्षेत्रफल निकालो।

१६—एक समलंब के समानान्तर भुज क्रम से ८ और १०
मिटर हैं और उनके मध्य की दूरी ४ मिटर है, लंब चार बरा-
बर हिस्सों में भाग किया गया है और विभाग बिन्दुओं से
समानान्तर रेखा के समानान्तर भुज के बीच खींची हुई हैं, इस
तौर पर ४ बने हुए समलंब के क्षेत्रफल को निकालो।

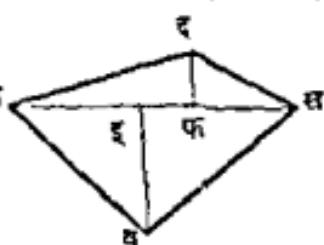
छठवां प्रकरण

चतुर्भुज (प्रायः)

४०—चतुर्भुज का क्षेत्रफल निकाला जा सकता है जब कि कोई कर्ण और सामने की राशि से उस पर के दो लंब दिए होते हैं।

कल्पना करो कि अ ब स द एक चतुर्भुज है और ब और द से अ स कर्ण पर क्रम से ब इ और द फ लंब हैं, अब क्षेत्रफल

शकल १५

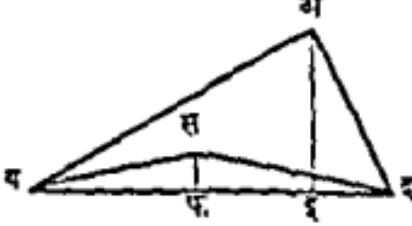
अ ब स द = अ ब स त्रिभुज का क्षेत्रफल
+ अ स द त्रिभुज का क्षेत्रफल
= ½ अ स × ब इ + ½ अ स × द फ
= ½ अ स (ब इ + द फ)

नियम—चतुर्भुज का क्षेत्रफल
= कर्ण और सामने के राशि से उस पर के लंबों के योग के गुणनफल का आधा।

अनुमान—जब कि कर्ण आपस में समकोण बनाते हैं तो यह प्रत्यक्ष है कि क्षेत्रफल कर्णों के गुणनफल के आधे के बराबर है।

४१—यदि चतुर्भुज में भितरी कोण हो अर्थात् यह गगनाकार हो तो युक्ति ४० में सुधारना अवश्य है क्योंकि एक कर्ण शकल के बाहर पड़ता है।

कल्पना करो कि अ ब स द एक गगनाकार चतुर्भुज है और कर्ण ब द शकल के बाहर पड़ता है। बिन्दु अ और स से ब द पर क्रम से अ इ और स फ लंब डालो।

शकल १६

तब क्षेत्रफल अ ब स द
= क्षेत्रफल अ ब द—क्षेत्रफल ब स द
= ½ ब द × अ इ—½ ब द × स फ
= ½ ब द (अ इ—स फ)

ग्यारहवां अभ्यास

१—अ ब स द एक बाग़ का क्षेत्रफल नीचे दिए हुए कल
(दिए) से निकालेा-

भुज अ ब = ४१०० गज़, अ द = ८४०० गज़, स द = १०४
, ब स = ४५०० गज़, एक सड़क ८५०० गज़ लम्बो ब से
जाती है।

२—चतुर्भुज का एक कर्ण जो कि शकल के बाहरी प
ता है १२५ गज़ है और सामने के कोणों से उसपर लम्
अंतर २५ गज़ है तो क्षेत्रफल निकालेा।

३—चतुर्भुज का एक कर्ण ६४० गज़ है और सामने के कोण
लम्ब २६६ और १३४ गज़ हैं तो क्षेत्रफल निकालेा; (१) य
न कर कि कर्ण भीतर है, (२) यह मान कर कि कर्ण शक
बाहर है।

४—एक चतुर्भुज का क्षेत्रफल १० एकड़ २ रूड है औ
मने के कोनों से कर्ण पर के लम्बों का योग १५४ गज़ है त
र्ण निकालेा।

५—एक चतुर्भुज का क्षेत्रफल १२ एकड़ २ रूड २५ पोल
क कर्ण २५ जरीब है तो सामने के दोनों कोणों से इस क
र के लम्बों का योग दर्याफ़ करेा।

६—एक चतुर्भुज में कितने वर्ग गज़ शामिल हैं जब कि उ
ा एक कर्ण ६० गज़ और उस पर के लम्ब १२·६ और ११
ज़ हैं।

७—एक चतुष्कोण चौक में कितने वर्ग गज़ पत्थर की पटि
; जिसका कर्ण ५४ फ़ीट है और सामने के कोणों से उस
के लम्ब क्रम से २५ और १७½ फ़ीट हैं।

बारहवां अभ्यास

१—अ ब स द इ एक पञ्चभुजक्षेत्र है, नीचे के निर्दिष्ट से उ का क्षेत्रफल एकड़ में निकालो—

ब इ = १२५ जरीब, स इ = १३६ जरीब, अ और स से ब इ के लंब क्रम से ४३ और २९ जरीब हैं और द से स इ पर का ल २१ जरीब है।

२—अ ब स द इ क्षेत्र का क्षेत्रफल नीचे दिए हुए निर्दिष्ट बताओ—

अ द = २५० जरीब ब प, स उ और इ र, भुज अ द पर लंब और ब प = ११०, स उ = ९५, और इ र = २४ जरीब, औ अ प = १०, और द उ = ३९ जरीब।

३—अ ब स द इ एक पञ्चभुज है और अ, ब और स समको हैं, अगर अ ब = ७५ फ़ीट, ब स = ६८ फ़ीट, स द = ४० फ़ी अ इ = ५६ फ़ीट, तो उस शकल का क्षेत्रफल और द इ व लंबाई निकालो।

४—एक चतुर्भुज खेत का एक भुज २५० गज़ है और साम के कोनों से लंब १३५ और १२५ गज़ हैं, पहिले लंब का आधार दि हुए भुज के सब के नज़दीक के सिरे से २४ गज़ है, और दूस लंब का आधार दूसरे सिरे से ३२ गज़ है तो रक़बा बतलाओ।

५—अ ब स द इ फ ज एक विषमबहुभुजखेत है और अ ब ब ब, द द, इ इ, फ फ, कर्ण स ज पर लंब हैं, यदि ज फ = १५ फ़ीट, फइ = ३५ फ़ीट, इद = ४८ फ़ीट, स द = १२ फ़ीट, अ म = २४ फ़ीट, ब घ = २५ फ़ीट, फ फ = १८ फ़ीट, इ इ = ४४ फ़ीट, — १२ फ़ीट, म घ = १० फ़ीट, ब स = ५४ फ़ीट, तो इसका बताओ।

अ ब स द इ फ एक षटभुज क्षेत्र है और अ प, ब उ, द र इ श कर्ण स फ पर लंब हैं, स फ = ७५ फ़ीट, अ प = २३ फ़ीट,

व उ = ३२ फ़ोट, द र = ४२ फ़ोट इ श = ३८फ़ोट,स र = १० फ़ोट, स उ = १२ फ़ोट, फ प = १८ फ़ोट,फ श = १६ फ़ोट, ते। इसका क्षेत्रफल बताओ।

७—अ ब स द इ खेत के भुज क्रम से दिए हुए हैं, याने अ ब = ६५ गज़, ब स = ११६ गज़, स द = २०४ गज़, द इ = २५२ गज़, और इ अ = ७५ गज़, और कर्ण ब इ = २० गज़, और स इ = १२० गज़, ते। इस खेत का क्षेत्रफल निकालेा।

८—एक पञ्चभुजक्षेत्र अ ब स द इ के कर्ण अ द की लंबाई ५२४ फ़ोट है और इस कर्ण पर के लंब इ प, ब उ, स र, क्रम से २५, ३१३ और २६७ फ़ोट हैं। अ से ये लंब क्रम से ३१०, १२६ और ४२५ फ़ोट के अंतर पर उस कर्ण से मिलते हैं ते। क्षेत्र का क्षेत्रफल निकालेा।

९—एक अ ब स द चतुर्भुजक्षेत्र के ब द कर्ण पर दो लंब अ म और स न जो क्रम से ४९८ कड़ो और ६७२ कड़ो हैं खींचे गए हैं, और भो ब म = ७६, और ब न = ५१३ कड़ो, और संपूर्ण रेखा ब द ९९९ कड़ो हैं, ते। अ ब स द क्षेत्र का क्षेत्रफल निकालेा। दिखलाओ कि यहां कुछ निर्दिष्ट अनर्थक हैं।

१०—नीचे दिए हुए निर्दिष्ट से अ ब स द इ पञ्चभुजक्षेत्र का क्षेत्रफल बताओ—

अ ब=२१००, ब स=४५००, स द=२२०० द इ=३४००, अ इ =२४००, और कर्ण अ स= ६०००, और अ द=५०००।

११—शकल १९ युक्ति ४२ में अ ब स द इ फ का रक़या क्या है जब कि प ब =१० फ़ोट, इ इ=८फ़ोट, फ फ = २५ फ़ोट, अ ब =३० फ़ोट, ब स=५ फ़ोट, स घ=६ फ़ोट, घ इ= २१ फ़ोट, इ द=१३ फ़ोट, द फ=२ फ़ोट।

१२—युक्ति ४२ शकल १८ में अ ब स द इ फ का क्षेत्रफल निकालेा जब कि स फ =२९ फ़ोट, स घ= ५ फ़ोट, घ प= १० फ़ोट, प द=१ फ़ुट, प इ=२१ फ़ोट, इ फ = ५ फ़ोट, स द = २० फ़ोट, प घ= ६ फ़ोट, अ ब = २६ फ़ोट।

आठवां प्रकरण
कोनों के विषय में

४ ३——कोनों की माप——रेखागणित में कोन का पैमाना मालूम करने के लिये सिर्फ़ समकोन ही लिया गया है और उसका फैलाव बदल नहीं सकता (स्वयंसिद्ध ११) और वह स्वभाव ही से बहुत सीधा कोन को माप है। इस सब से स्वाभाविक पैमाने के सिवाय गणितकार लोग तीन और पैमानों को काम में लाते हैं। हाल के काम में हम अपने को अंश और उसके भाग-प्रतिभाग ही से यानी अंश (डिग्री), ग्रेड, और रेडियन से अपना काम करेंगे।

अंश समकोण का ९० वां हिस्सा है और अंश का ६० वां हिस्सा मिनट (पल) और मिनट का ६० वां हिस्सा सेकंड (विपल) कहलाता है। अंश, पल और विपल क्रम से ° ′ ″ ऐसे चिन्हों से दिखाए जाते हैं, इस तरह से ५९ अंश १८ पल १७ विपल ५९° १८′ १७″ लिखे जाते हैं।

४४—कोन जो कि मिलकर एक समकोन बनाते हैं आपस में कोटि कहलाते हैं और हर एक कोन दूसरे का कोटि कोन कहलाता है। इस तरह से ३०° और ६०° कोटिकोन हैं और इसी तरह से अ और ९०° −अ कोटिकोन कहलाते हैं। अगर कोन मिलकर दो समकोन बनावें तो ये आपुस में पूरक कहे जाते हैं और हर एक दूसरे का न्यूनता पूरक कहलाता है। इस तरह से ६०° औ १२०° पूरककोन हैं और अ और १८०°—अ भी पूरक कोन हैं।

४५—हर एक त्रिभुज के तीनों कोन मिलकर दो समकोन या १८०° होते हैं और न संख्या के भुज वाले बहुभुजक्षेत्र के न कोन मिलकर २ (न−२) समकोन के या १८० (न−२) अंशों के बराबर होते हैं।

इसलिये किसी न भुजों के क्रमिक बहुभुज क्षेत्र में हर एक कोन $\frac{२(न-२)}{न}$ समकोन या $\frac{१८०\ (न-२)}{न}$ अंशों को रखता है।

परिभाषा—बहुभुजक्षेत्र क्रमिक कहा जाता है जब कि उसके सब भुज और कोन बराबर होते हैं।

तेरहवां अभ्यास

१—(१) एक समत्रिबाहु त्रिभुज, (२) एक वर्ग, (३) एक क्रमिक पंचभुज, (४) एक क्रमिक षट्भुज, (५) एक क्रमिक सप्तभुज, (६) एक क्रमिक अष्टभुज, (७) एक क्रमिक नौभुज, (८) एक, क्रमिक दशभुज, (९) एक क्रमिक एकादशभुज, (१०) एक क्रमिक, द्वादशभुज, (११) एक क्रमिक पंचदश भुज, (१२) एक क्रमिक बीस भुज के कोनों को अंश में निकालो।

२—नीचे दिए हुए समकोण के दशमलवों को अंश, पल और विपलों में दिखलाओ—

(१).००५, (२).००१२५, (३).०२, (४). ३३१, (५).०००१।

३—नीचे लिखे अंश, पल, आदि को समकोण के दशमलव में दिखलाओ—

(१) ४२° २८′ ४८″, (२) ४° ०′ १८″, (३) ४४° ११′ ४८″

४—सिद्ध करो कि अगर न भुजों के बहुभुज क्षेत्र के भुज दोनों तरफ बढ़ाए जांय कि एक सितारे की शकल बन जाय तो हर एक अन्यान्यानुगामी जोड़ों के मध्य के कोनों का योग २ (न-४) समकोण है।

५—दिखलाओ कि नीचे दिए हुए बहुभुज क्रमिक क्षेत्रों के प्रत्येक समूह में ४ समकोनों का योग है—

(१) ६ समत्रिबाहु त्रिभुज, (२) दो षट्भुज और १ वर्ग (३) दो षट्भुज और दो समत्रिबाहु त्रिभुज, (४) तीन षट्भुज, (५) दो पंचभुज और एक दशभुज।

६—एक क्रमिक बहुभुजक्षेत्र का बाहरी कोण एक समकोण का चौथाई है तो बहुभुज क्षेत्र में भुजों की संख्या क्या है।

७—एक समद्विबाहु त्रिभुज का एक कोन १२०° दिया हुआ है तो दूसरे कोनों को निकालो।

८—एक त्रिभुज के दो कोन क्रम से १७° १८′ ५९″ और १२° १९′ १८″ हैं तो तीसरा कोन निकालो।

९—१०० भुजों के क्रमिक बहुभुज क्षेत्र के प्रत्येक कोनों में कितने अंश हैं।

१०—एक समकोण त्रिभुज का एक न्यूनकोन ४३° ३७′ ५७.५″ है, दूसरे न्यून कोन का मान निकालो।

११—एक समद्विबाहु त्रिभुज का शीर्ष कोन ३५° ११′ ४८″ है तो कितने अंश पल विपल प्रत्येक दूसरे कोनों में हैं।

१२—एक षट भुजाकार कमरे की प्रत्येक भुज १५ फ़ीट है तो सिद्ध करो कि गच के पचीकारी के काम के लिये ७ पटिया काली संगमरमर की हर एक क्रमिक षटभुजाकार और १२ पटिया सफ़ेद संगमरमर की हर एक समत्रिबाहुत्रिभुजाकार काफ़ी होगी, षटभुज और समत्रिबाहुत्रिभुज की हर एक भुज ५ फ़ीट के बराबर हैं; सादृश्य रूप से प्रतिमा को खींचो।

१३—एक समकोनत्रिभुज के दो न्यून कोनों का अंतर १५° १६′ है तो कोनों को निकालो।

१४—एक त्रिभुज एक कोन दूसरे दो कोनों के योग का आधा है तो उसे बताओ।

१५—एक मधु मक्खी के छत्ते का मुंह क्रमिक षटभुजों के है, साबित करो कि यह गणित से मुमकिन है।

१६—एक मक्खी की खाल जब ख़ुर्दबीन से जांची गई तो [illegible] और समत्रिबाहुत्रिभुजों के बराबर संख्याओं की ख़ूब सूरत शकल मालूम हुई, इसे खींचो और दिखलाओ गणित में शुद्ध है।

नियम—अगर एक त्रिभुज के अ और

अंतर्गत कोन ३०° है तो क्षेत्रफल = $\frac{१}{४}$

४८—उदाहरण २—पहिले उदाहरण में

कोन ६०° है तो क्षेत्रफल निकालो।

यहां युक्ति ४६ से अ द = अ ब × $\frac{\surd}{}$

∴ क्षेत्रफल = $\frac{१}{२}$ × १६ × $\frac{१५\sqrt{३}}{२}$ = $\underline{६० \sqrt{३}}$

नियम-अगर एक त्रिभुज के अ और ब भु

अंतर्गत कोन ६०° है तो क्षेत्रफल = $\frac{\sqrt{३}}{४}$ अ ब

४६—उदाहरण ३—पहिले उदाहरण में अगर

कोन ४५° है तो क्षेत्रफल बताओ।

यहां युक्ति १९ से अ द = अ ब × $\frac{१}{\sqrt{२}}$ = $\frac{१५}{\sqrt{२}}$

∴ क्षेत्रफल = $\frac{१}{२}$ × १६ × $\frac{१५}{\sqrt{२}}$ = ६० $\sqrt{२}$

नियम—यदि एक त्रिभुज के अ ब भुजों का अन्तर्गत को

है तो क्षेत्रफल = $\frac{\sqrt{२}}{४}$ अ ब

—शकल २२ में यदि ब द, द स

में बराबर और एक ही सीधी

हों तो त्रिभुज ब अ द और स अ द

. . में बराबर होंगे। अब ब अ द और

द त्रिभुजों में भुज ब द और द अ क्रम

स द और द अ भुजों के बराबर हैं और ब∠

गंत कोण ब द अ, स द अ

शकल २२

अ

परिभाषा—शकल २४ में अ द, अ स का अ ब पर बहिर्लंबन कहा जाता है और ब द, ब स का अ ब पर बहिर्लंबन कहा जाता है।

नियम—अगर किसी समकोन त्रिभुज में समकोण से कर्ण पर लंब खींची जाय तो लंब पर का वर्ग बराबर है कर्ण के खण्डों के अन्तर्गत आयत के, और समकोण बनाने वाले भुजों में से किसी एक पर का वर्ग बराबर है कर्ण के और उसके खण्ड के अन्तर्गत आयत के जो उस भुज के पासस्थ है (याने जो उस भुज का कर्ण पर बहिर्लंबन है)।

उदाहरण—शकल २४ में अगर अ द = २७ फीट, ब द = ३ फीट, तो स द, स ब और अ स निकालो।

स द = $\sqrt{२७ \times ३}$ = ९ फीट, ब स = $\sqrt{३० \times ३}$ = ३ $\sqrt{१०}$ फीट, अ स = $\sqrt{३० \times २७}$ = ९ $\sqrt{१०}$ फीट।

५५—फिर २४ शकल के सम्बन्ध में हम पाते हैं।

$$\frac{१}{अस^२} + \frac{१}{बस^२} = \frac{अस^२ + बस^२}{अस^२ \times बस^२}$$

$$= \frac{अब^२}{अस^२ \times बस^२} = \left(\frac{अब}{अस \times बस}\right)^२$$

$$= \left(\frac{अब}{२ \text{ त्रिभुज } अबस}\right)^२$$

$$= \left(\frac{१}{\frac{२ \text{ त्रिभुज } अबस}{अब}}\right)^२ = \frac{१}{सद^२}$$

$=22\frac{1}{2}^\circ$; मान लो कि य स = क तो अ स = क, अ य = अ द = क $\sqrt{2}$, स द = क + क $\sqrt{2}$ = ($\sqrt{2}+1$)

$\therefore$ यद = $\sqrt{क^2 + (\sqrt{2}+1)^2 क^2}$ = क ($\sqrt{4\cdot}$

५१ युक्ति के म्वाफ़िक़ और नियम भी निकाले जा स

५३—अन्तर मापने के यन्त्र (थिओडोलाइट) से हम उ को माप सकते हैं जो कि देखने वाले की आंख और देखाई देती हुई चीज़ के जोड़नेवाली रेखा और कक्षा की समता के अनुरूप मैदान से बनता है। उ पदार्थ आकाश के कक्षा रूपी मैदान के ऊपर है तो उंचाई का कोन कहा जाता है और जब कि नीचे है तो पदार्थ का दबाव कोन कहा जाता है।

उदाहरण—एक पेड़ के जड़ से १०० फ़ीट पर इसके उंचाई का कोन ६०° पाया गया तो पेड़ की उंचाई बता

शकल ४ युक्ति १६ में व स = १००, < य = ६०°, .

अब युक्ति ४६ से अ स $\sqrt{3}$ × व स

$\therefore$ उंचाई = १०० $\sqrt{3}$ ।

५४—मान लो कि अ य स एक समकोन त्रिभुज है जि स कोन समकोन है, स से अ य पर लंब स द खींचो।

रेखागणित २.१४ साध्य के प्रमाण से यह ज़ाहिर है स द पर का वर्ग बराबर है आयत अ द × द य के, द य पर वर्ग दोनो में जोड़ देने से आयत अ द, द य और द य पर का वर्ग, मिलकर बराबर है स द और द य पर के वर्गों के योग के।

शकल २४

इसलिये आयत अ य × य द = य स पर के वर्ग। उसी तौर पर आयत य अ × अ द = अ स पर वर्ग के।

परिभाषा—शकल २४ में अ द, अ स का अ ब पर बहिर्लंबन कहा ता है और ब द, ब स का अ ब पर बहिर्लंबन कहा जाता है।

नियम—अगर किसी समकोन त्रिभुज में समकोण से र्ण पर लंब खींची जाय तो लंब पर का वर्ग बराबर है र्ण के खण्डों के अन्तर्गत आयतके, और समकोण बनाने ाले भुजों में से किसी एक पर का वर्ग बराबर है कर्ण के ौर उसके खण्ड के अन्तर्गत आयत के जो उस भुज के ासन्न है (याने जो उस भुज का कर्ण पर बहिर्लंबन है)।

उदाहरण—शकल २४ में अगर अ द = २७ फ़ीट, ब द = ३ फ़ीट, तो स द, स ब और अ स निकालो।

स द = $\sqrt{२७ \times ३}$ = <u>९</u> फ़ीट, ब स = $\sqrt{३० \times ३}$ = <u>३ $\sqrt{१०}$</u> फ़ीट, अ स = $\sqrt{३० \times २७}$ = <u>९ $\sqrt{१०}$</u> फ़ीट।

५५—फिर २४ शकल के सम्बन्ध से हम पाते हैं।

$$\frac{१}{\text{अ स}^{२}} + \frac{१}{\text{ब स}^{२}} = \frac{\text{अ स}^{२} + \text{ब स}^{२}}{\text{अ स}^{२} \times \text{ब स}^{२}}$$

$$= \frac{\text{अ ब}^{२}}{\text{अ स}^{२} \times \text{ब स}^{२}} = \left(\frac{\text{अ ब}}{\text{अ स} \times \text{ब स}}\right)^{२}$$

$$= \left(\frac{\text{अ ब}}{\text{२ क्षेत्रफल अ ब स}}\right)^{२}$$

$$= \left(\frac{१}{\frac{\text{२ क्षेत्रफल अ ब स}}{\text{अ ब}}}\right)^{२} = \frac{१}{\text{स द}^{२}}$$

नियम—समकोण त्रिभुज में समकोण से कर्ण प[...]
लम्ब खींचा गया है उसके रेसीप्रोकल*का वर्ग=सम[...]
बनाने वाले भुजों के वर्गों के योग के।

उदाहरण—शकल २४ में अ स=.३′ फुट, व स [...]
फुट, तो स द बताओ

$$\frac{१}{द\,स} = \frac{१}{अ\,स^२} + \frac{१}{व\,स^२} = \left(\frac{१}{\frac{३}{१०}}\right)^२ + \left(\frac{१}{\frac{४}{१०}}\right)^२ = \frac{१}{३}^२ + \frac{१}{४}^२ = [...]$$

$\therefore$ स द = $\frac{१}{५}$ = .२ फुट

५६—यदि किसी त्रिभुज के तीनों मिडियन मालूम [...]
क्षेत्रफल दर्याफ्त करो।

अ व स त्रिभुज में अ द, व इ, स फ मिडियन एक ही बिन्[...]
मिलते हैं स विन्दु से स ह, व ज के समानान्तर खींचा [...]
के बढ़े हुए भाग से ह विन्दु पर मिलता है।

इस शकल के रेखागणित से यह प्रगट है कि स ज= [...]
व ज=स ह=$\frac{२}{३}$ व इ, ज ह=$\frac{२}{३}$ अ द

इसलिये जब मिडियन मालूम हैं तो ज स ह का क्षेत्रफल मालूम है। परन्तु त्रिभुज स ज ह= त्रिभुज व स ज=$\frac{१}{३}$ त्रिभुज अ व स। इसलिये मिडियनों से त्रिभुज का क्षेत्रफल निकालने में हम हर एक मिडियन का $\frac{२}{३}$ लेते हैं, और युक्ति ३१ से इन लम्बाइयों को उस त्रिभुज के भुजाएं कल्पना कर के त्रिभुज का क्षेत्रफल निकालते हैं, तब इस फल का [...] चाहा हुआ क्षेत्रफल होता है।

---

*हेरा फेरी से होने वाला या अदल बदल से होने वाला जैसा कि [...] से जाहिर होता है।

५७—यदि एक वर्ग एक त्रिभुज के भीतर बना हो और भुज के आधार और लम्ब मालूम हों, तो वर्ग का भुज दर्याफ़्त करो।

फ़र्ज़ करो कि ग ङ र द त्रिभुज क ख ग के भीतर बना हुआ वर्ग और क द बिन्दु क से ख ग पर लम्ब खींचा गया है, मानलो कि ख ग = ब, क द = ह, ग ङ = ग,द = ह,र = ङ,र = ल

अब क्षेत्रफल क ख ग = क्षेत्रफल क ग ङ + क्षेत्रफल ग द ख + क्षेत्रफल ङ र ग + क्षेत्रफल ग ङ र द

शकल ५६

$\frac{1}{2}$ ख ग × क द

= $\frac{1}{2}$ ग ङ × क द + $\frac{1}{2}$ ग द × ख द + $\frac{1}{2}$ ङ र × र ग + ग ङ^2

= $\frac{1}{2}$ ग ङ × क द + $\frac{1}{2}$ ग ङ (ख द + र ग) + ग ङ^2

यानी $\frac{1}{2}$ बह = $\frac{1}{2}$ ल (ह—ल) + $\frac{1}{2}$ ल (ब—ल) + ल^2

या $\frac{1}{2}$ ब ह = $\frac{1}{2}$ ह ल + $\frac{1}{2}$ ब ल

या ल (ब + ह) = ब ह

∴ ल = $\frac{ब \times ह}{ब + ह}$

नियम—उस वर्ग का भुज जो किसी त्रिभुज के अन्दर बना हो—

= $\frac{आधार \times लम्ब}{आधार + लम्ब}$

५८—हर एक समकोण त्रिभुज उस रेखा से जो समकोण से कर्ण के मध्य बिन्दु तक खींची जाती है दो समद्विबाहु त्रिभुजों में विभाग हो सकता है।

कल्पना करो कि अ व स समकोण त्रिभुज है जिसका के स समकोन है; स पर कोन अ स द = व अ स के बनाओ, तो अ द = स द, और कोन व स द = अ व स

शकल २७

∴ व द = स द

इसलिये अ द = स द = व द और त्रिभुज अ स द और व स द दोनों समद्विबाहु त्रिभुज हैं।

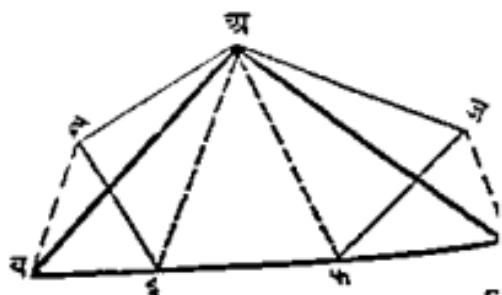
अनुमान—अगर < व = ६०° तो त्रिभुज व स द समत्रिबा त्रिभुज है और अ व = २ व स

५६—विषमक्षेत्र का क्षेत्रफल निकालने का व्यवहारि रीति यह है कि एक ऐसे त्रिभुज के भुजों को दर्याफ़ कर लें हैं जिसका क्षेत्रफल खेत के क्षेत्रफल के बराबर है।

मान लो कि अ द इ फ ज एक विषमऋजुभुज क्षेत्र है, अ इ औ अ फ को मिला दो,

विन्दु द से अ इ के समानान्तर द व, वो विन्दु ज अ फ के समानान्तर ज स खींचो जिसमें द व और ज

शकल

इ फ बढ़े हुए से क्रम से व और स विन्दुओं पर मिलते हैं; तो त्रिभुज अ व इ = त्रिभुज अ द इ, और त्रिभुज अ फ स = त्रिभुज अ ज फ

इसलिये त्रिभुज अ व स = शकल अ द इ फ ज। व्यवहारि [illegible] यह है कि शकल अ द इ फ ज को जिस पैमाने मे चा [illegible] और शकल को ऊपर के रीति से बनानने के उपरान्त अ स वो स अ की लंबाई दर्याफ़ कर लो, जिस से क्षेत्रफल अ [illegible] अ द इ फ ज) युक्ति ३० के अनुसार मालूम हो जायगा

१४—एक पतङ्ग के तने हुए १०० फ़ीट नख से मैार मा
के साथ बना हुआ कोन ३०° है तेा गुड्डी की उंचाई बताा

१५—अ ब स त्रिभुज में भुज अ ब मैार अ स क्रम से ६
९७ फ़ीट हैं मैार मिडियन स फ = १२० फ़ीट,तेा अ ब
क्षेत्रफल निकालेा ।

१६—अ ब स त्रिभुज में अ ब मैार अ स भुज क्रम से २५
४५ फ़ीट हैं मैार मिडियन अ द = ३०फ़ीट ; ब स भुज निक

१७—मिडियन ब इ मैार स फ त्रिभुज अ ब स में क्रम से
मैार १९५ फ़ीट हैं मैार भुज ब स=१७४ फ़ीट तेा क्षेत्रफल
मैार अ द मिडियन की लम्बाई क्या हेागी ।

१८—अगर किसी त्रिभुज के मिडियन क्रम से १०५,
मैार २१९ फ़ीट हेां तेा उसका रक़्या क्या है ।

१९—एक त्रिभुज के आधार मैार लंब क्रम से २४ मैार
फ़ीट हैं तेा त्रिभुज में बने हुए वर्ग की भुज निकालेा जब वि
की एक भुज त्रिभुज के आधार पर पड़ता हेा ।

२०—ताजमहल के एक धरहरे की परिछांही की लंबाई
फ़ीट है, धरहरे की उंचाई क्या हेागी जब कि सूर्य की उंचा
कोन ६०° है ।

मिश्रित उदाहरण

१—एक ३५१ गज़ लम्बे मैार २८० गज़ चैाड़े आयताकार
बहलाने की फुलवाड़ी के हर एक कोनेां में एक त्रिभुजा
फूलेां की कियारी है जिसकी देा बराबर भुजायें हर एक
गज़ हैं, इन फूलेां की कियारियों केा निकाल देने से कितनी ज
बाक़ी रह जाती है ।

२—देा अगिनबेाट एक ही समय एक ही बन्दर से चले,
उत्तर, उत्तर-पश्चिम की तरफ़ फ़ी घंटा छः मील के हिसा
दूसरा पूरब, उत्तर-पूरब की तरफ फ़ी घंटा ८ मील के हि

ताता है तो ८ घण्टे के अन्त में वे कितनी दूर अलग हो
गे।

३—एक दालान ५० फ़ीट लम्बा और ४ गज़ चौड़ा है और
की पिछली दीवार अगली से ५ फ़ीट ज्यादा ऊंची है तो
लान के ऊपर के ढालुए छत का क्षेत्रफल निकालो।

४—५ फ़ोट ४ इञ्च लम्बे आदमी की छाया दो फ़ोट है तो
ज़्यानगरम घरहरे की उँचाई क्या होगी जिसकी छाया उसी
मय ७५ फ़ीट की पड़ती है। [युक्ति २]

५—एक मकान की चौड़ाई २७ फ़ीट है वो मोलती (ओरी)
उँचाई ३५ फ़ीट और शिखा की उँचाई ४५ फ़ीट है तो मकान
एक पाखा का रक़बा दर्याफ़्त करो।

६—यदि १८ इञ्च चौड़ाई का १५६ ⅔ गज़ कागज़ एक कमरे
दीवारों के मढ़ने में लगाया जाय तो कितने गज़ कागज़ २०
च चौड़ा उन्हीं दीवारों के मढ़ने में लगेगा।

७—४४ खिड़कियों के लिये जो हर एक ५ फ़ोट लम्बी और
फ़ोट ६ इञ्च चौड़ी है हर एक ९ इञ्च लम्बे ७ इञ्च चौड़े शीशे
परकाले कितने लगेंगे।

८—एक कमरे के फ़र्श का क्षेत्रफल जो १०० फ़ोट लंबा और
० फ़ोट चौड़ा है दो और कमरों के क्षेत्रफल से कितना अधिक
गा जब कि इनमें से हर एक का विस्तार ऊपर के विस्तार
ा आधा है।

९—२३ फ़ोट ९ इञ्च वर्ग चौक के एक भुज के पास पास एक
गडंडी ५ फ़ीट चौड़ी बनी है तो बताओ कि फ़ी वर्ग गज़ ४ आने
हिसाब से शेष चौक में पत्थर बिछाने में क्या ख़र्च पड़ेगा।

१०—एक कमरे का मंडल ६४ फ़ोट और उँचाई १६ फ़ोट है
ार उसमें ८ फ़ोट ऊंचा ४ फ़ोट चौड़ा एक दरवाज़ा वो हर
क ५ फ़ोट लंबी वो ३ फ़ोट ६ इञ्च चौड़ी ४ खिड़कियां हों तो दो
फ़ोट चौड़ा कागज़ किस क़दर उसके दीवारों के मढ़ने में लगेगा।

११—एक समकोन त्रिभुज का आधार ३०० फ़ीट और बाक़ी दो भुजों का योग १८०० फ़ीट है तो इनकी लंबाई क्या होगी।

१२—अ ब स द एक चतुर्भुजाकार खेत में किसी रुकावट के कारण सिर्फ़ नीचे दी की माप ले सकते हैं।

ब स = २६५ गज़, अ द=२२१ गज़, कर्ण अ स=३७६ गज़ और उस कर्ण के अंतों से ब इ और द फ लंबों के आधारों के दूरी याने अ इ=११२ गज़ और स फ=२३६ गज़ तो क्षेत्र फल बताओ।

१३—एक आयताकार कमरे की उँचाई चौड़ाई से दूनी है औ लंबाई उँचाई से दूनी है, अगर ६ आना फ़ी वर्गगज़ के हिस से उसके फ़र्श के गच कराने का ख़र्च ३७५ रु० दिया हो कमरे का विस्तार निकालो। यह भी बताओ कि फ़ी १०० फ़ीट १ रु० ४ आने के हिसाब से दीवारों और भीतरी छत पोताने में कितना ख़र्च होगा जब कि दीवारों के क्षेत्रफल पांचवां हिस्सा दरवाज़ों इत्यादि के वजह से निकाल दिया ज

१४—किसी समकोन त्रिभुज का कर्ण २१२५ फ़ीट आधार उँचाई का ¾ है तो त्रिभुज का क्षेत्रफल क्या होगा

१५—एक वर्गाकार आंगन का कर्ण ६६ फ़ीट है तो प्र वर्ग गज़ ३ रु० १२ आने के हिसाब से उस आंगन में कंकड़ का ख़र्च क्या होगा।

१६—एक त्रिभुज की भुजाएं ३४६५ वो ३२४३ वो फ़ीट हैं तो त्रिभुज का क्षेत्रफल वर्ग गज़ में बताओ।

१७—एक चतुर्भुज अ ब स द में अ ब=१७५, ब स= स द=२६१, द अ=३५७, और कर्ण अ स = ६००, क निकालो।

१८—१ ३ फ़ीट चौड़े सा[illegible] ते में से किस क़दर काट ली जाये कि उसका [illegible] गं गज़ हो।

२८—एक २२ फ़ीट लंबे २० फ़ीट चौड़े वो १३ फ़ीट ऊंचे कमरे को ¾ गज़ चौड़े कागज़ से मढ़ने में कितने कागज़ की ज़रूरत होगी।

२९—एक वर्ग का भुज १०० फ़ीट है, इस वर्ग के भीतर एक भुज के दोनों सिरों से एक विन्दु क्रम से ६० फ़ीट और ८० फ़ीट दूर लिया गया है तो इस वर्ग के चारों कोनों तक इस विन्दु के जोड़ने से बने हुए चार त्रिभुजों का क्षेत्रफल निकालो।

३०—समलंब की समानान्तर भुजाएं १५७.६ मिटर और ९४ मिटर हैं और उनकी मध्य लंबरूप दूरी ७२ मिटर है तो इसमें कितने वर्ग मिटर हैं।

३१—एक चौक का क्षेत्रफल १३ एकड़ १०८९ वर्ग गज़ है, यदि यह चौक वर्गाकार हो तो फ़ी घंटा २½ मील के हिसाब से इसके चारों तरफ़ चलने में कितने समय की ज़रूरत होगी।

३२—एक विषम कोन समचतुर्भुज का क्षेत्रफल ३५४१४४ वर्ग फ़ोट है और एक कर्ण ६७२ फ़ोट है, तो दूसरा कर्ण, इसके एक भुज की लंबाई, और उँचाई निकालो।

३३—द्वादशमलव की रीति से उस आयत का क्षेत्रफल निकालो जिसकी लंबाई ९ फ़ोट ९ इञ्च १० बारहवां वो चौड़ाई ४ फ़ीट ६ इञ्च ७ बारहवां है।

३४—एक त्रिभुज का क्षेत्रफल क्या होगा जब कि उसकी भुजाएं १४.८ गज़, १५.३ गज़, वो १७.५ गज़ हैं।

३५—२६ फ़ीट लंबी और १८ फ़ीट चौड़ी कोठरी में ४ शिलिङ्ग ८ पेन्स फ़ी गज़ के हिसाब से २७ इञ्च चौड़ी दरी बिछाने का खर्च निकालो।

३६—एक आयताकार खेत की भुजाएं [illegible] के स्केल [illegible]) से एक नक़शे में .६५ वो.७२ इञ्च खींची हुई होती हैं

को दर्शाया करो।

२८—एक ३२ फ़ीट लंबे २० फ़ीट चौड़े और १३ फ़ीट ऊँ
कमरे को २½ गज़ चौड़े कागज़ से मढ़ने में कितने कागज़
ज़रूरत होगी।

२९—एक वर्ग का भुज १०० फ़ीट है, इस वर्ग के भीतर ए
भुज के दोनों सिरों से एक बिन्दु क्रम से ३० फ़ीट और ८० फ़ी
दूर लिया गया है तो इस वर्ग के चारों कोनों तक इस बिन्दु
जोड़ने से बने हुए चार त्रिभुजों का क्षेत्रफल निकालो।

३०—समलंब की समानान्तर भुजायें १५७·६ मिटर और १
मिटर हैं और उनकी मध्य लंबरूप दूरी ७२ मिटर है तो इस
कितने वर्ग मिटर हैं।

३१—एक खेत का क्षेत्रफल १३ एकड़ १०८९ वर्ग गज़ है
यदि यह खेत वर्गाकार हो तो फ़ी घंटा २½ मील के हिसाब
इसके चारों तरफ़ चलने में कितने समय की ज़रूरत होगी।

३२—एक विषम कोण समचतुर्भुज का क्षेत्रफल ३५४१
वर्ग फ़ीट है और एक कर्ण ६७२ फ़ीट है, तो दूसरा कर्ण, इस
एक भुज की लंबाई, और ऊँचाई निकालो।

३३—द्वादशमलव की रीति से उस आयत का क्षेत्रफ
निकालो जिसकी लंबाई ९ फ़ीट ९ इञ्च १० बारहवां और चौड़ा
४ फ़ीट ६ इञ्च ७ बारहवां है।

३४—एक त्रिभुज का क्षेत्रफल क्या होगा जब कि उसकी
भुजाएं १४.८ गज़, १५.३ गज़, और १७.५ गज़ हैं।

३५—२६ फ़ीट लंबी और १८ फ़ीट चौड़ी कोठरी में १
शिलिङ्ग ८ पेन्स फ़ी गज़ के हिसाब से २७ इञ्च चौड़ी दरी
बिछाने का खर्च निकालो।

३६—एक आयताकार खेत की भुजाएं [illegible] के स्केल
) से एक नक़्शे में .६५ और .७२ इञ्च खींची हुई होती हैं।

४४—एक वर्ग वाटिका का भुज ५० गज़ है और ५ बराबर चौड़ाई का एक रास्ता इसके बाहर बना हुआ है। रास्ते के हद्दों पर पेड़ लगाए जांय तो फ़ी लगातार फ़ुट दो के हिसाब से क्या लागत होगी।

४५—अ ब स द खेत का क्षेत्रफल एकड़ में लाओ। = ३९० गज़, ब स = ३७० गज़, अ स = ४०० गज़, अ ब = १३० और स द = २५० गज़।

४६—एक आयताकार बाग़ माप में ३६ गज़ २ फ़ीट ९ लम्बा और २४ गज़ १ फ़ुट १०½ इञ्च चौड़ा होता है। उ बाहर की ओर चारों तरफ़ ४½ फ़ीट चौड़ी और भीतर ओर ६ फ़ीट चौड़ी राहों के क्षेत्रफल में क्या फ़र्क़ होगा।

४७—एक समानान्तर चतुर्भुज की दो भुजाएं १०. १२ १५. ३५ फ़ीट हैं और उनके बीच का कोण ३०° है। क्षेत्र बताओ।

४८—अनाज का एक वर्ग खेत १० एकड़ है, यदि किसान ५ फ़ीट फ़ी लवन के हिसाब से उसके चारों त घूम घूम कर लवे तो बताओ कि वह तीन चौथाई क्षेत्रफल ल में के फेरा लगावेगा।

४९—एक त्रिभुजाकार खेत का आधार १२१० गज़ है औ उंचाई ४९६ गज़ है। यह सालाने २४८ पौंड के लगान पर असा को दिया गया है तो फ़ी एकड़ लगान दर्याफ़ करो।

५०—१५ फ़ीट ८ इञ्च लम्बे वो ११ फ़ीट ३ इञ्च चौड़े कमरे बिछाने के वास्ते ¾ गज़ चौड़ी किस क़दर चटाई लगेगी और ? गज़ ६ आना के हिसाब से क्या ख़र्च होगा।

५१—एक आयताकार मैदान एक मील लम्बा १५७१ ग चौड़ा है, अगर इसके एक कोने से छोटे भुज तक एक घे बनाया जाय कि ४६२ एकड़ ज़मीन अलग हो जाय तो घेरे लम्बाई बताओ।

४४—एक वर्ग वाटिका का भुज ५० गज़ है और ५ बराबर चौड़ाई का एक रास्ता इसके बाहर बना हुआ है। रास्ते के हद्दों पर पेड़ लगाए जांय तो फ़ी लगातार फ़ुट दो के हिसाब से क्या लागत होगी।

४५—अ ब स द खेत का क्षेत्रफल एकड़ में लाओ। = ३९० गज़, ब स = ३७० गज़, अ स = ४०० गज़, अ ब = १३० और स द = २५० गज़।

४६—एक आयताकार बाग़ माप में ३६ गज़ २ फ़ीट १ लम्बा और २४ गज़ १ फ़ुट १०½ इञ्च चौड़ा होता है। उ बाहर की ओर चारों तरफ़ ४½ फ़ीट चौड़ी और भीतर ओर ६ फ़ीट चौड़ी राहों के क्षेत्रफल में क्या फ़र्क़ होगा।

४७—एक समानान्तर चतुर्भुज की दो भुजाएं १०. १२ १५. ३५ फ़ीट हैं और उनके बीच का कोण ३०° है। क्षेत्रफ बताओ।

४८—अनाज का एक वर्ग खेत १० एकड़ है, यदि ए किसान ५ फ़ीट फ़ी लवन के हिसाब से उसके चारों तर घूम घूम कर लवै तो बताओ कि वह तीन चौथाई क्षेत्रफल लव में के फेरा लगावैगा।

४९—एक त्रिभुजाकार खेत का आधार १२१० गज़ है और उंचाई ४९६ गज़ है। यह सालाने २४८ पौंड के लगान पर असामी को दिया गया है तो फ़ी एकड़ लगान दर्याफ़्त करो।

५०—१५ फ़ीट ८ इञ्च लम्बे वो ११ फ़ीट ३ इञ्च चौड़े कमरे में बिछाने के वास्ते ¾ गज़ चौड़ी किस क़दर चटाई लगेगी और ए गज़ ६ आना के हिसाब से क्या ख़र्च होगा।

५१—एक आयताकार मैदान एक मील लम्बा १५७१ गज़ चौड़ा है, अगर इसके एक कोने से छोटे भुज तक एक घेरा बनाया जाय कि ४१२ एकड़ ज़मीन अलग हो जाय तो घेरे की लम्बाई बताओ।

को निकालो।

५३—एक समलंब की समानान्तर भुजाएं ५५ वो ८८ फ़ीट हैं और बाक़ी दो भुजाएं २५ वो ५२ फ़ीट हैं, क्षेत्रफल बताओ।

५४—किसी स्टेशन के चबूतरा के दो भुज समानान्तर और बाक़ी दो भुज बराबर हैं, समानान्तर भुजाएं क्रम से १०० वो १२० फ़ीट और प्रत्येक बराबर भुज १५ फ़ीट है, क्षेत्रफल बताओ।

५५—एक त्रिभुजाकार खेत की भुजाएं ३५७, ४४० वो ७५० गज़ हैं और इसका सालाना लगान २६ पौ० ५ शि० है तो फ़ी एकड़ क्या लगान होगा।

५६—एक त्रिभुज की तीनों भुज ८००, ५००, ११०० कड़ी थे। भूल से तीसरा भुज ११०० के स्थान में ५०० लिखा गया तो इस भूल से क्षेत्रफल में क्या अशुद्धता होगी।

५७—एक विषम कोण समचतुर्भुज की भुज २० फ़ीट और उसका छोटा कर्ण बड़े कर्ण का ¾ है, क्षेत्रफल निकालो।

५८—एक समत्रिबाहु त्रिभुज के एक भीतरी विन्दु से तीनों भुजों पर खींचे हुए लंब क्रम से ८, १० वो १२ फ़ीट हैं, त्रिभुज का क्षेत्रफल और भुज निकालो।

५९—एक त्रिभुज की भुजाएं क्रम से १३०००, ३७००० और ४०००० फ़ीट हैं तो इसके और उसी परिमिति के समत्रिबाहु त्रिभुज के क्षेत्रफलों में क्या संबन्ध होगा।

६०—एक त्रिभुजाकार खेत जो माप में ३७५, ३०० वो २२५ गज़ है ८५०० पौं० पर बेचा गया, फ़ी एकड़ दाम बताओ।

६१—एक वर्ग का क्षेत्रफल २२.२ है तो इसके आधे रक़बा के वर्ग की भुज निकालो।

६२—एक विषम कोण समचतुर्भुज की भुज २६ फ़ीट और कर्ण १८ फ़ीट है तो क्षेत्रफल और दूसरा कर्ण बताओ।

६३—त्रिभुजाकार आंगन में कंकड़ बिछाने का खर्च फुट १५ पेन्स के हिसाब से २४३ पौ० होता है, यदि २४ गज़ लंबा हो तो दूसरे दोनों बराबर भुजों को निका

६४—३० गज़ लंबे और १२ गज़ चौड़े कमरे के चबूतरे १० फ़ीट लंबे और ८ इञ्च चौड़े पटरे कितने लगेंगे।

६५ - एक समत्रिबाहु त्रिभुज का क्षेत्रफल ११४३७ फ़ीट है, इसकी भुज निकालो।

६६—एक वर्ग आंगन का कर्ण ३०० फ़ीट है तो वर्ग क्षेत्रफल लाओ।

६७—एक ज़मीन के टुकड़े की भुजाएं क्रम से ४९०, ४००, ३०० गज़ हैं। सब से बड़े भुज के आसन्न कोणों में ९०° है; एकड़ में क्षेत्रफल बताओ।

६८—एक चतुर्भुज क्षेत्र का एक कर्ण जो क्षेत्र के तरफ़ पड़ता है १४० है और उस पर के लंबों का अंतर क्षेत्रफल बताओ।

६९—एक त्रिभुज के तमाम भुज १६५, २२०, २७५ फ़ रोड और पोल में इसका क्षेत्रफल निकालो।

७०—एक आयताकार चौक का क्षेत्रफल ३६० वर्ग ग और उसके भुजों का संबंध १ : ४·४ है। एक बराबर चौ का फ़र्श उस चौक के दो आसन्न भुजों के साथ बना हुआ है चौक के क्षेत्रफल का आधा है; सिद्ध करो कि फ़र्श की चौ ४ गज़ है।

७१—एक त्रिभुज की भुजाएं जिसकी परिमिति ४६२ ६, ७ और ८ के संबंध से है, क्षेत्रफल बताओ।

७२—एक फ़र्श २८ फ़ीट लंबा वो २० फ़ीट चौड़ा है, दो हैं जिनका विस्तार पहिले का आधा है, पिछले दोनों फ़ और पहिले फ़र्श के क्षेत्रफल में कितना फ़र्क़ है।

७३—उस समत्रिपाद त्रिभुज की भुज क्या होगी जिसका क्षेत्रफल उस वर्ग के क्षेत्रफल के बराबर होगा जिसका कर्ण १२० फ़ीट है।

७४—एक त्रिभुज की भुजाएं क्रम से १५००, १७०० और २३०० कड़ी हैं तो एकड़ रोड और पर्च (पोल) में इसका क्षेत्रफल निकालो।

७५—फ़ी एकड़ २ पौंड १४ शि० ६ पेन्स के हिसाब से एक वर्ग क्षेत्र का किराया २७ पौं० ५ शि० होता है तो फ़ी गज़ ९ पेन्स के हिसाब से उस क्षेत्र के चारों तरफ़ छड़ लगवाने में क्या ख़र्च पड़ेगा।

७६—एक रेल की सड़क की लम्बाई ४७½ मील है वो औसत चौड़ाई उस ज़मीन की जिसमें वह बनी है ५७ गज़ है तो ज़मीन के मोल लेने में फ़ी एकड़ ५० पौं० के हिसाब से क्या देना होगा।

७७—एक समलम्ब का एक समानान्तर भुज दूसरे समानान्तर भुज से १ फ़ुट ज्यादः लम्बा है वो इसकी चौड़ाई १ फ़ुट है और क्षेत्रफल २१६ वर्ग इञ्च है तो समानान्तर भुजों को निकालो।

७८—एक खेत में जिसकी तीनों भुजाएं बराबर हैं फ़ी १०० वर्गफ़ीट ५ आने के हिसाब से घास लगवाने में ५५ रु० ६ आ० ९ पाई ख़र्च पड़ता है। इसके एक भुज की लम्बाई बताओ।

७९—एक मकान २७ फ़ीट चौड़ा है और भूमि से ओलती की दूरी ३३ फ़ीट है वो छप्पर की लम्बरूप ऊँचाई १२ फ़ीट है तो इसके एक पाखे को रङ्गाई फ़ी वर्गगज़ १ शि० ९ पेन्स के हिसाब से कितनी लगेगी।

८०—एक त्रिभुज की भुजाएं तरतीब से २५,२९ और ५६ फ़ीट हैं तो उन दोनों त्रिभुजों का क्षेत्रफल बताओ जिसमें यह त्रिभुज सब से बड़े भुज पर सामने के कोण से लम्ब गिराने से विभाग होता है।

८१—एक घन की तमाम सतह ३७५० वर्ग फ़ीट है तो इसके किनारे की लम्बाई दर्याफ़ करो।

८२—एक वर्ग चौक में ४४ गज़ वर्ग फुलवारी लगाई गई है उसके चारों ओर बराबर चौड़ाई का रास्ता बना है, फुलवारी और रास्ते के क्षेत्रफल १६ : ९ हैं, रास्ता कितना चौड़ा है।

८३—एक २० फ़ीट × १८ फ़ीट कमरे के बीच में १८ फ़ीट × १६ फ़ीट नाप की एक दरी इस तरह से बिछी है कि चारों ओर बराबर चौड़ाई का किनारा छूट गया है तो बताओ कि इस किनारे में ४ शि० ३ पेन्स १ वर्ग गज़ के हिसाब से फ़र्श बिछवाने में क्या ख़र्च लगेगा।

८४—एक कमरा माप में २८ फ़ीट × १६ फ़ीट है। इसके मध्य में एक तूरानी दरी २४ × १२ फ़ीट बिछी है तो बताओ कि फ़र्श के शेष खण्ड में २० इञ्च चौड़ा टाट किस क़दर लगेगा।

८५—१२ फ़ीट ६ इञ्च लम्बे ९½ इञ्च चौड़े तख़्ते ५० फ़ीट लम्बे १९ फ़ीट चौड़े कमरे में कितने लगेंगे।

८६—एक चतुर्भुज क्षेत्र का क्षेत्रफल जिसकी दो भुजाएँ समानान्तर हैं १५ एकड़ है और समानान्तर भुजों का योग २७[illegible] गज़ है तो समानान्तर भुजों के बीच की लम्बरूप दूरी निकालो।

८७—एक सीढ़ी २५ फ़ीट लम्बी इस तरह दीवार पर लगी है कि उसका सिरा ज़मीन से २४ फ़ीट ऊंचा है और उसके ठी[illegible] बीच से दीवार के नींव तक एक रस्सी बन्धी है, [illegible] लम्बाई दर्याफ़ करो और यह साबित करो कि उस[illegible] के सरकने में रोकावट नहीं होती।

[illegible]—एक आयताकार खेत १३२० गज़ लम्बा ११५५ ग[illegible] [illegible]। क्षेत्रफल एकड़ में लाओ और उन भागों का भी क्षेत्रफ[illegible] [illegible] जिसमें एक भुज के मध्य बिन्दु से सामने के कोन त[illegible] [illegible] सरल रेखा से यह खेत [illegible] जाता है।

८९—एक कमरा अपनी लम्बाई का दो तिहाई और अपने
चाई का ड्योढ़ा चौड़ा है और चारों दीवारों का क्षेत्रफल १९२०
र्गफीट है तो कमरे का विस्तार बताओ।

९०—किसी त्रिभुज के भुज क्रम से २९, ३५ और ४८ फीट हैं
ा उन दो त्रिभुजों का क्षेत्रफल निकालो जिनमें सब से बड़े
ुज पर सामने के कोन के लम्ब से यह भाग होता है।

९१—एक कमरे की दीवारों में दो फीट चौड़ा १६० गज़
ाग़ज़ लगता है। कमरा की ऊँचाई १० फीट और लम्बाई, चौड़ाई
ी दूनी है तो बताओ कि उसमें ¾ गज़ चौड़ी दरी की कितनी
ावश्यकता होगी।

९२—अगर किसी वर्ग का प्रत्येक भुज ८ फीट बढ़ा दिया
ाय तो इस नए वर्ग का क्षेत्रफल पहिले वर्ग के क्षेत्रफल से
९५६ वर्ग फीट ज़्यादा होता है, दूसरे वर्ग की भुज निकालो।

९३—एक आयताकार फूलों का बाग़ २३१ फीट लम्बा और
१६० फीट चौड़ा है. इसके छोटे भुजों के पास ४ फीट चौड़ा
रास्ता या बड़े भुजों के पास ४½ फीट चौड़ा रास्ता और इसके
बीच में एक दूसरे को काटता हुआ दोनों तरफ़ से ५ फीट चौड़ा
रास्ता बना हुआ है तो बताओ कि किस क़दर ज़मीन इसमें खेती
के वास्ते बाक़ी है।

९४—एक त्रिभुज के भुज १२६४, १३४६ और १४३२ कड़ी हैं
तो क्षेत्रफल एकड़ रोड पोल में लाओ।

९५—एक आयत का कर्ण जिसकी चौडाई १०० फीट है
१२५२ फीट है तो बराबर क्षेत्रफल के वर्ग की भुज बताओ।

९६—एक कमरे की लम्बाई चौड़ाई से दूनी है। भीतरी छत के
सफ़ेदी का ख़र्च फ़ी वर्ग गज़ ९ आने के हिसाब से १० रु०
२ आना है और दीवारों के रंगने का ख़र्च, उनके क्षेत्रफल का
छठवां भाग द्वार इत्यादि के कारण निकाल डालने पर, फ़ी वर्ग
फ़ुट ५ आने के हिसाब से १४० रु० १० आना है; दीवार की
ऊँचाई क्या है।